



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

EMULÁTOR SIGNÁLU NAVIGAČNÍHO SYSTÉMU GPS

GLOBAL POSITIONING SYSTEM SIGNAL EMULATOR

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JAN HOFMAN

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ALEŠ POVALAČ

BRNO 2012



**VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií**

Ústav radioelektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Bc. Jan Hofman

ID: 111047

Ročník: 2

Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Emulátor signálu navigačního systému GPS

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte princip družicového navigačního systému GPS NAVSTAR. Zaměřte se na princip určení polohy, generování signálu C/A a obsah navigační zprávy 50BPS.

Navrhněte koncepci systému pro současnou emulaci signálu z několika družic. Vytvořte vzorové navigační 50BPS zprávy pro několik vybraných družic. Navrhněte a realizujte algoritmus v MATLABu, jehož výstupem bude signál C/A kombinovaný pro zvolený počet družic. Seznamte se s platformou softwarově definovaného rádia USRP2.

Realizujte prototyp emulátoru C/A signálu navigačního systému GPS s využitím softwarově definovaného rádia USRP2. Otestujte funkci a proveďte experimentální měření prototypu.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] KASAL, M. Směrové a družicové spoje. Elektronické skriptum. Brno: VUT FEKT v Brně, 2003.

[2] Global Positioning System [Online]. Poslední revize 6. prosince 2010 [cit. 7. prosince 2010], Wikipedie. Dostupné na [www: http://en.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System](http://en.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System)

Termín zadání: 6.2.2012

Termín odevzdání: 18.5.2012

Vedoucí práce: Ing. Aleš Povalač

Konzultanti diplomové práce:

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Výzkum realizovaný v rámci této diplomové práce byl finančně podpořen projektem
CZ.1.07/2.3.00/20.0007 **Wireless Communication Teams**
operačního programu **Vzdělávání pro konkurenceschopnost**.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Finanční podpora byla poskytnuta Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky.

Tento příspěvek vzniknul za podpory projektu CZ.1.07/2.3.00/20.0007 WICOMT,
financovaného z operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ABSTRAKT

Práce se zabývá principem satelitní navigace. Přibližuje problematiku určení polohy a nadmořské výšky na povrchu Země. Obsahuje rozbor navigačních zpráv a způsob zpracování navigačních signálů v GPS přijímačích. Dále jsou popsány návrh a realizace emulátoru navigačního signálu systému GPS v prostředí Matlab. Ten slouží ke generování kompletních navigačních zpráv, které je možné vysílat pomocí univerzálního softwarového rádia. V poslední části práce je proveden rozbor těchto signálů zachycených pomocí druhého softwarového rádia.

KLÍČOVÁ SLOVA

GPS, GNSS, Navigační zpráva, C/A kód, USRP

ABSTRACT

Thesis is addressed to the principals of a satellite navigation. It is focused on a determination of a longitude, latitude and altitude of a single point on the surface of the Earth. It contains analysis of navigation messages and a manner of processing of navigation signals in GPS receivers. Realization of an emulator of the navigation signal of GPS system in Matlab is also described. The purpose of this emulator is a generation of navigation messages, which could be transmitted by universal software radio. The last part of thesis contains the analysis of these signals, which were captured by second software radio.

KEYWORDS

GPS, GNSS, Navigation messages, C/A code, USRP

HOFMAN, J. *Emulátor signálu navigačního systému GPS*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav radioelektroniky, 2012. 58 s. Diplomová práce. Vedoucí práce: ing. Aleš Povalač.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Emulátor signálu navigačního systému GPS jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu diplomové práce ing. Aleši Povalačovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

OBSAH

SEZNAM OBRÁZKŮ.....	VIII
SEZNAM TABULEK	X
ÚVOD	1
1. GPS NAVSTAR	2
1.1. STRUKTURA SYSTÉMU GPS	2
1.2. PRINCIPY URČOVÁNÍ POLOHY	5
1.2.1. Úhломěrná metoda	5
1.2.2. Dopplerovská metoda	5
1.2.3. Interferometrická metoda	6
1.2.4. Dálkoměrná metoda.....	7
1.3. SIGNÁLY VYSÍLANÉ DRUŽICÍ.....	8
1.4. NAVIGAČNÍ ZPRÁVA	11
1.4.1. Podrámeček 1	12
1.4.2. Podrámeček 2 a 3	13
1.4.3. Podrámeček 4 a 5	15
2. ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLŮ A DAT Z DRUŽIC	19
2.1. DEKÓDOVÁNÍ DAT	19
2.1.1. Dekódování podrámečku 1	20
2.1.2. Dekódování podrámečku 2 a 3	21
2.2. VÝPOČET POLOHY	22
2.2.1. Keplerovy zákony.....	23
2.2.2. Pohyb družice	23
2.2.3. Predikce polohy družice.....	26
2.2.4. Určení vzdálenosti mezi družicí a GPS přijímačem	28
2.3. DOPPLERŮV JEV	29
3. GENEROVÁNÍ GPS SIGNÁLU V PROSTŘEDÍ MATLAB	33
3.1. VYTVOŘENÍ NAVIGAČNÍ ZPRÁVY	34
3.2. VÝPOČET POLOHY A VÝBĚR DRUŽIC	37
3.3. ZPOŽDĚNÍ SIGNÁLŮ A DOPPLERŮV POSUN	39
3.4. GENEROVÁNÍ SIGNÁLU	41
4. EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ.....	45
4.1. ETTUS USRP	45
4.2. ZAPOJENÍ PRACOVNÍHO MÍSTA	46
4.3. ZPRACOVÁNÍ SIGNÁLU	48
4.3.1. Signál před odvysíláním.....	50
4.3.2. Signál odvysílaný pomocí USRP.....	52
ZÁVĚR.....	55
LITERATURA	56

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK.....	57
---	-----------

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Řídící segment GPS (upraveno podle [4]).....	2
Obr. 2: Ukázka družice GPS systému (Blok IIR) (upraveno podle [1]).....	4
Obr. 3: Blokové schéma GPS přijímače	4
Obr. 4: Princip interferometrické metody měření.....	6
Obr. 5: Rozdíl časových základů systému a přijímače.	7
Obr. 6: Generátor C/A kódu	8
Obr. 7: Autokorelační a korelační funkce Goldovy posloupnosti	10
Obr. 8: Generování GPS signálu (převzato z [3]).....	11
Obr. 9: Umístění parametrů ve slovech prvního poddrámce	12
Obr. 10: Umístění parametrů ve slovech druhého poddrámce	14
Obr. 11: Umístění parametrů ve slovech třetího poddrámce	15
Obr. 12: Struktura poddrámců 4 a 5	17
Obr. 13: Závislost plochy opsané průvodičem družice za jednotku času [13]	23
Obr. 14: Pohyb družice po eliptické dráze.....	24
Obr. 15: Rovina dráhy družice.....	25
Obr. 16: Natočení orbity v rovině dráhy.....	26
Obr. 17: Dopplerův posun v časové oblasti	30
Obr. 18: Posun minim spektra GPS signálu	31
Obr. 19: Spektrum obdélníkového signálu o frekvenci 10 Hz	31
Obr. 20: Spektrum signálu modulovaného na nosnou o frekvenci 3 kHz	32
Obr. 21: Spektrum signálu po demodulaci	32
Obr. 22: Blokové schéma programu pro generování GPS signálu	34
Obr. 23: Rozmístění družic kolem Země a jejich orbity.....	38
Obr. 24: Polohy družic použitých pro generování signálu	39
Obr. 25: Vzdálenost mezi družicí a pozorovatelem na Zemi pro jeden oblet Země	40
Obr. 26: Vzdálenost mezi družicí a pozorovatelem na Zemi během 12,5 minuty	40
Obr. 27: Zpoždění signálu družice - pozorovatel	41
Obr. 28: Vliv Dopplerova posunu na spektrum GPS signálu	43
Obr. 29: Blokové schéma funkce pro posun spektra	43
Obr. 30: USRP2 čelní panel.....	45
Obr. 31: Zapojení pracoviště	46

Obr. 32: Korelační funkce získaná příkazem <i>xcorr</i>	48
Obr. 33: Korelace v časové oblasti	49
Obr. 34: Korelace ve frekvenční oblasti	49
Obr. 35: GPS signál 4 družic bez Dopplerova posunu	50
Obr. 36: Korelační funkce signálu bez Dopplerova posunu	51
Obr. 37: Signál jedné družice s Dopplerovým posunem	51
Obr. 38: Korelační funkce signálu s Dopplerovým posunem.....	52
Obr. 39: Spektrum GPS signálu před odvysíláním.....	52
Obr. 40: Signál odvysílaný a přijatý softwarovým rádiem	53
Obr. 41: Spektrum signálu odvysílaného a přijatého softwarovým rádiem	53
Obr. 42: Korelační maxima signálu přijatého softwarovým rádiem	54
Obr. 43: Dekódovaná data	54

SEZNAM TABULEK

Tab. 1: Buňky pro generování posloupnosti G2, příslušná SVN a zpoždění G2 vůči G1.	9
Tab. 2: Parametry přenášené v podrámcí 1	12
Tab. 3: Význam bitů SV health	13
Tab. 4: Data přenášená v podrámcích 2 a 3	14
Tab. 5: Data ID a satelit ID v podrámcích 4 a 5	16
Tab. 6: Parametry pro výpočet UTC času	16
Tab. 7: Parametry almanachu	18
Tab. 8: Dekódovaná data podrámcí 1	21
Tab. 9: Dekódovaná data podrámcí 2 a 3	22
Tab. 10: Parametry nepoužívanějších elipsoidů	29
Tab. 11: Elementy dvouřádkového zápisu	35
Tab. 12: Ukázka dekodovaných dat z vytvořených navigačních zpráv	37
Tab. 13: Základní parametry motherboardu USRP2 [14]	45
Tab. 14: Základní parametry daughterboard WBX 50-2200 MHz Rx/Tx [15]	46
Tab. 15: Parametry GPS antény Magnetic EA-200	46
Tab. 16: Parametry pro příkaz <i>tx_samples_from_file</i>	47
Tab. 17: Parametry pro příkaz <i>rx_samples_to_file</i>	47
Tab. 18: Zpoždění signálů před odvysíláním a po přijetí	53

ÚVOD

Již od dob prvních cestovatelů potřeboval člověk překonávat dlouhé vzdálenosti mezi městy. Při těchto přesunech používali k orientaci především pevné body v krajině, těch však nešlo využívat při mořeplavbě. Při té se nejdříve používala orientace pomocí Slunce, Měsíce a hvězd. První významný pokrok v navigaci přinesl ve čtvrtém století našeho letopočtu v Číně vynález kompasu. Kompas se stal spolu s astrolábem na dlouhá staletí nejpoužívanějším přístrojem pro navigaci. Kolem roku 1730 přišel americký vynálezce Thomas Godfrey s přístrojem pro měření úhlové vzdálenosti dvou těles tzv. sextantem, který se dá použít i k měření úhlové výšky vesmírných těles nad horizontem a tedy k určení geodetické šířky.

S rozvojem elektroniky a především pro potřeby letectví vznikly v první polovině 20.století první elektronické navigační systémy. V počátcích se používaly směrové antény, pomocí níž se zaměřovaly směry k pozemním vysílačům a triangulací se určila poloha. Ve třicátých letech minulého století vznikl nejrozšířenější radionavigační systém založený na vyhodnocování fázového posunu mezi referenčním a měrným signálem označovaný jako VOR (*Very High Frequency Omnidirectional Range*). Tento systém patří i dnes k nejpoužívanějším v letecké dopravě, především pro svou přesnost i za špatných meteorologických podmínek.

Největší nevýhodou dosavadních systémů byl omezený dosah signálu. Po vypuštění první umělé družice Sputnik I v roce 1957 se v hlavách vojenských velitelů zrodil návrh na vytvoření globálního navigačního systému využívajícího soustavu družic. Mezi nejúspěšnější projekty patří systém americké armády GPS Navstar (*Global Positioning System*) a systém provozovaný ruskou armádou GLONASS (*ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система* - *Globalnaja navigacionnaja sputnikovaja sistéma*). Tyto systémy umožňují určení přesné polohy a času na kterémkoli místě na Zemi. Přestože se původně jednalo o čistě vojenské projekty určené pro armádu, v devadesátých letech minulého století byly dány k dispozici i civilním uživatelům. Především systém GPS se velmi rychle rozšířil do všech typů dopravy, od automobilové až po leteckou.

V této práci jsou rozebrány základní principy satelitní navigace a systému GPS. Práce je zaměřena především na strukturu navigačních zpráv a podobu signálů vysílaných družicemi. Podle teoretických poznatků, získaných především ze signálové specifikace systému GPS, byla následně provedena analýza reálných navigačních zpráv nahranych pomocí GPS přijímače podporujícího SiRF protokol. Cílem práce je, na základě těchto poznatků, vytvořit program pro generování vlastních GPS signálů a tyto signály odvysílat pomocí softwarově definovaného rádia. S pomocí druhého softwarového rádia budou tyto signály nahrány a v prostředí Matlab na nich bude provedena analýza a dekodování dat.

1. GPS Navstar

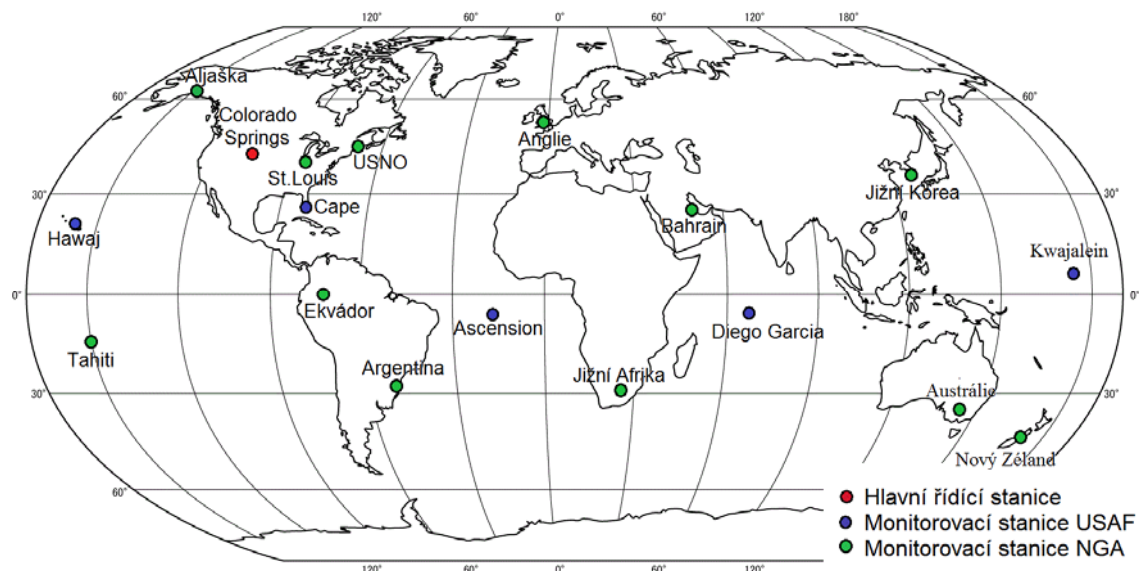
Jedním z nejrozšířenějších navigačních systémů v současné době je GPS (*Global Positioning system*). GPS spadá do kategorie GNSS (*Global Navigation Satellite System*) navigačních systémů využívajících pro určení polohy soustavu družic na oběžné dráze. Výhodou těchto systémů především je, že při dostatečném množství družic a jejich vhodném rozmístění na oběžné dráze je možné určit polohu a přesný čas kdekoli na Zemi. Proti systémům využívajících pozemních radiomajáků jsou však satelitní systémy složitější a i jejich vývoj a údržba je finančně nákladnější.

NAVSTAR GPS byl původně vojenský projekt a dodnes je spravován ministerstvem obrany USA. Projekt byl spuštěn v roce 1973 a plného operačního stavu bylo dosaženo v roce 1994. Od tohoto roku je systém neustále modernizován pro dosažení vyšší přesnosti [3].

1.1. Struktura systému GPS

Systém GPS se skládá ze tří částí. Jsou jimi řídicí segment, kosmický segment a uživatelský segment.

Řídicí segment tvoří hlavní řídicí stanice (*MCS, Master Control Station*), osmnáct pozemních monitorovacích stanic (*monitoring station*) a čtyři stanice pro komunikaci s družicemi. Rozmístění stanic je znázorněno na obrázku 1.



Obr. 1: Řídicí segment GPS (upraveno podle [4])

Pozemní monitorovací stanice jsou umístěny na vojenských základnách v Colorado Springs, Cape Canaveral, Ascension Island, Diego Garcia, Kwajalein a na Havaji. Tyto stanice spravuje ministerstvo obrany USA. Systém je dále rozšířen o dvanáct monitorovacích stanic, které spravuje agentura NGA (*National Geospatial-Intelligence Agency*) [4]. Tyto stanice si lze představit jako velmi přesné GPS přijímače doplněné o

vlastní atomové hodiny. Stanice přijímají navigační zprávy z družic a měří vzdálenosti k družicím. Neprovádí žádné další vyhodnocování dat. Získaná data odesílají pro další zpracování do hlavní řídicí stanice umístěné v Colorado Springs. Zde jsou ze získaných dat vypočteny přesné efemeridy družic, korekce atomových hodin a koeficienty ionosférického modelu. Tyto informace jsou odeslány do komunikačních stanic a z nich alespoň jednou denně vysílány k družicím.

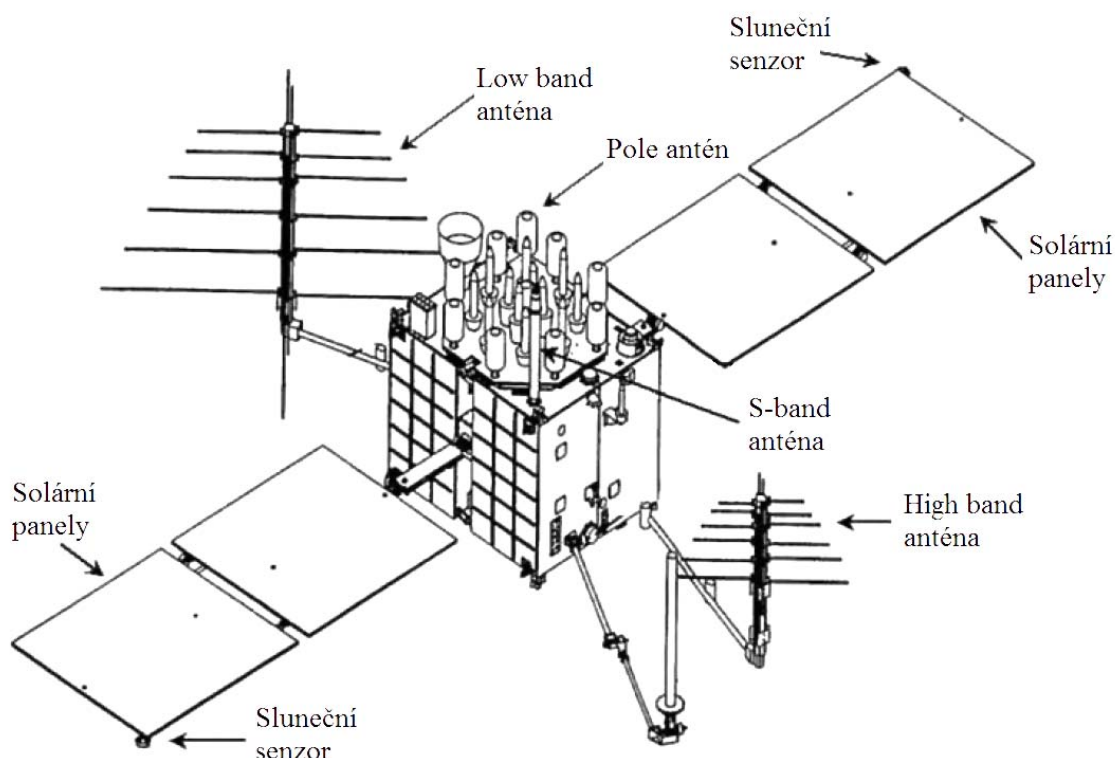
Kosmický segment tvoří 24 družic. Ty jsou rozmístěny na šesti drahách s inklinací 55° a vzájemným posunem o 60° . Doba oběhu je polovina siderického dne (11 hod 58 min) a výška nad povrchem Země 22 000 km. Družice jsou rozmístěny tak, aby na každém místě v kterémkoli čase byly viditelné alespoň čtyři družice. Životnost družic je omezená, proto musí být vyměňovány. Jejich počet nesmí klesnout pod 24. Po většinu doby provozu systému je v operačním stavu družic více [5]. V současné době (březen 2011) je v provozu 32 družic rozmístěných na drahách po pěti nebo šesti.

Družice GPS systému jsou rozděleny do šesti bloků [1]:

- Blok I – bylo vyrobeno celkem 11 družic v letech 1978 až 1985, jednalo se o prototypy, na kterých se testovala funkčnost navigačního systému.
- Blok II – tyto družice řešily nedostatky Bloku I. Jsou doplněny především o kvalitnější stínění proti radiaci. Od roku 1989 bylo vyrobeno 29 těchto družic.
- Blok IIA (z angl. *Advanced*) – jde o družice Bloku II upravené tak, aby byly schopné provozu bez zásahu řídicího segmentu po dobu až 180 dnů.
- Blok IIR (z angl. *Replenishment*) – jsou osazeny rubidiovými hodinami s vyšší stabilitou, než jakou měly cesiové hodiny v předchozích blocích. V letech 1997 až 2009 bylo vyrobeno 20 družic tohoto typu.
- Blok IIF (z angl. *Follow-on*) – družice Bloku II doplněné o nové pásmo L5. Vyráběny jsou od roku 2010, plánováno je vypuštění 12 družic, ale v současné době se spekuluje o ukončení jejich výroby a urychlení vývoje družic Bloku III [4].
- Blok III – zatím ve fázi vývoje. Vypuštění prvních družic je plánováno na rok 2014 [6].

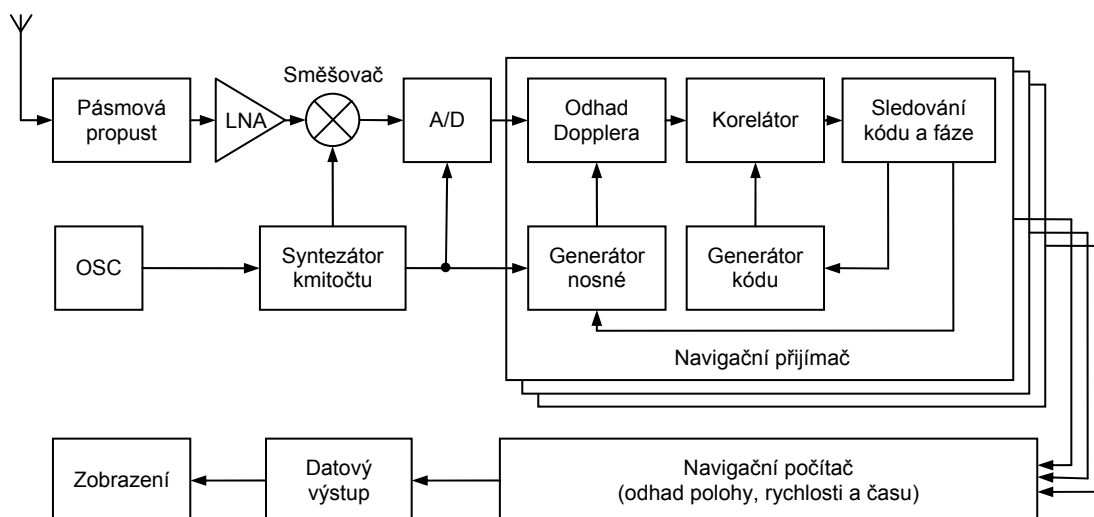
V současné době systém využívá nejvíce družic Bloku IIR. Družice mají hmotnost 1075 kg při rozměrech 2,4 x 2,0 x 1,9 m. S rozvinutými solárními panely dosahují rozpětí 11,6 m, přičemž maximální elektrický výkon solárních panelů je 1136 W [7]. Každá družice obsahuje čtyři atomové hodiny s vysokou přesností. Ty jsou důležité pro přesné určení polohy. Důležitým zařízením je generátor navigačních zpráv, který zpracovává informace z řídicího segmentu a vytváří navigační zprávy, které jsou vysílány. Elektronickou část družice je třeba stínit proti radiaci. Při jejím vystavení silné radiaci může dojít k poškození dat zapsaných v pamětech. Družice je osazena několika anténami pro komunikaci s řídicím segmentem a pro vysílání vlastních navigačních zpráv. Rozmístění antén je znázorněno na obrázku 2. Družice rotuje kolem své osy tak, aby byly solární panely vždy natočeny směrem ke Slunci. Na solárních panelech jsou umístěny senzory pro zjištění směru ke Slunci. Osa rotace směřuje k Zemi, tím je zajištěno, že i antény směřují k povrchu Země.

Poslední částí GPS systému je uživatelský segment tvořený GPS přijímači. Přijímače jsou koncipovány jako pasivní zařízení. Nevysílají žádná data, jen přijímají zprávy z družic a jejich zpracováním získávají informace o přesném času, poloze a rychlosti. Výhodou pasivních přijímačů je, že v případě vojenského použití nepřítel nemá možnost zaměřit přijímač [8].



Obr. 2: Ukázka družice GPS systému (Blok IIR) (upraveno podle [1])

Blokové schéma GPS přijímače je znázorněno na obrázku 3. Vstupní část je tvořena anténou, pásmovou propustí a nízkošumovým zesilovačem (LNA). Průchodem těmito bloky je signál v GPS pásmu zesílen. Následuje demodulace na směšovači a A/D převod. Následuje blok navigačního přijímače. Podle počtu těchto bloků dělíme přijímače na jednokanálové, vícekanálové a hybridní [3].



Obr. 3: Blokové schéma GPS přijímače

Jednokanálové mají jen jeden navigační přijímač. Pro sledování více družic je třeba přijímač přepínat na tyto družice postupně. Po zpracování signálu z jedné družice je přijímač přepnut na další. Polohu lze získat až po zpracování signálu alespoň ze čtyř

družic. Vícekanálový přijímač dokáže zpracovávat signál z více družic paralelně. Pro signál z každé družice je určen jeden navigační počítač. Nevýhodou proti jednokanálovým přijímačům je větší počet obvodů a vyšší cena. Potřebují však nižší čas pro vyhledání družic a získání polohy, mají vyšší přesnost, především za pohybu nebo v místech s horším příjmem, kde může docházet ke ztrátě signálu z družic. Hybridní přijímače mají více navigačních počítačů, ale jejich počet je nižší než počet aktivních družic. Proto každý navigační počítač musí zpracovávat více signálů stejně jako v případě jednokanálových. Výhodou oproti jednokanálovým je menší počet signálů z družic na každý přijímač a tedy vyšší rychlost a přesnost určení polohy při nižší ceně než u vícekanálových přijímačů [3].

Navigační přijímač se skládá z obvodů pro určení Dopplerova posunu, generátoru kódu, korektoru a generátoru nosné vlny. Princip těchto obvodů je popsán v následujících kapitolách. Výstupem navigačního počítače jsou navigační zprávy z družic a časová zpoždění signálu. Ty jsou zpracovány v navigačním počítači, který z nich určí informace o poloze, času a rychlosti.

1.2. Principy určování polohy

Pro určení polohy pomocí družic lze použít několik metod měření. Přestože se metody od sebe velmi liší, pro všechny je společné, že pro určení polohy je třeba znát pozice družic. Základními metodami jsou [9]:

- úhломěrná metoda,
- dopplerovská metoda,
- interferometrická metoda,
- dálkoměrná metoda.

1.2.1. Úhломěrná metoda

Úhломěrná metoda patří mezi nejjednodušší metody, ale také nejméně přesné. Pro určení polohy je třeba změřit pomocí směrové antény elevační úhel k družici. Body s konstantním elevačním úhlem tvoří kužel s vrcholem v místě, kde se nachází družice. Pokud změříme elevační úhel k více družicím, získáme několik kuželů, které se protínají v bodě, z kterého jsme prováděli měření. Pro určení polohy se dá použít i jedna družice. Elevační úhel potom měříme v různých časových okamžicích [9].

1.2.2. Dopplerovská metoda

Pro toto měření se družice nesmí pohybovat na geostacionární dráze. Pokud by její úhlová rychlost byla stejná jako úhlová rychlost bodu na povrchu Země, vzhledem k pozorovateli na Zemi by se nepohybovala a tudíž by se neprojevil Dopplerův posun. Družice vysílají signál o konstantní frekvenci s časovými značkami v okamžicích $t_i, t_{i+1}, t_{i+2} \dots t_{i+n}$. Rozdíl ΔT mezi časovými značkami musí být konstantní, tím je i počet period vysílaného signálu mezi dvěma značkami vždy stejný.

Vlivem Dopplerova jevu je frekvence přijatého signálu f_p jiná, než frekvence signálu vyslaného družicí f_v . Přijímač obsahuje přesný oscilátor. Signál z oscilátoru f_o je

veden společně se signálem f_p přijatým na směšovač, kde vznikne rozdílová složka F . Periody výstupního signálu čítá čítač, který je spouštěn a blokován časovými značkami t_i . Vzdálenost mezi družicí a přijímačem d_i je v době přijetí každé značky jiná. Časová značka přijde do přijímače se zpožděním Δ_i , pro které platí $\Delta_i = d_i/c$. Čítač, měřící rozdílový kmitočet mezi dvěma signály, měří v podstatě rozdíl fází těchto dvou signálů.

Dopplerův jev se projevuje také v časové oblasti, proto je počet period mezi dvěma značkami u signálu odeslaného družicí a signálu přijatého stejný. Pro určení polohy potom stačí provést měření počtu period mezi třemi úseky mezi značkami a vyřešit soustavu rovnic [9]

$$N_i = \Delta TF + \frac{f_o}{c} \left(\sqrt{(x_{i+1} - x)^2 + (y_{i+1} - y)^2 + (z_{i+1} - z)^2} - \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} \right), \quad (1.1)$$

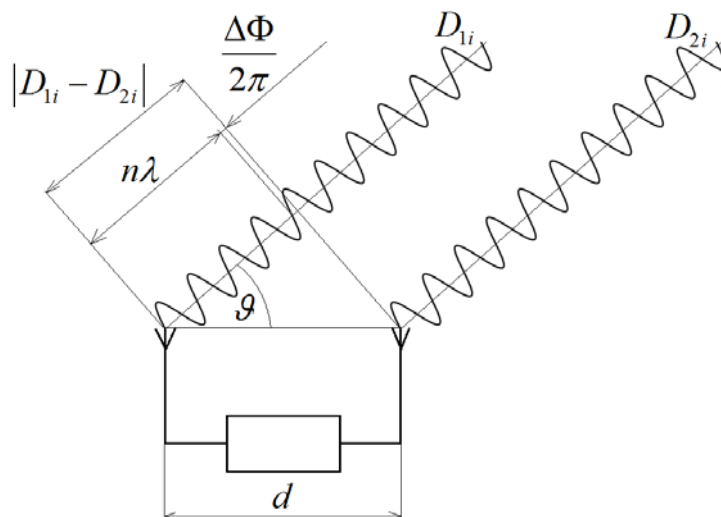
kde c je rychlost světla, x_i, y_i, z_i jsou souřadnice družice v čase t_i , $x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}$ jsou souřadnice družice v čase t_{i+1} a x, y, z námi hledané souřadnice.

1.2.3. Interferometrická metoda

Pro měření interferometrickou metodou je nutné, aby přijímač měl dvě antény umístěné na společné základně ve shodné výšce, tak jak je znázorněno na obrázku 4. Interferometrické měření lze provádět dvěma způsoby. Při prvním se měří každou anténou zdánlivá vzdálenost k družici. Úhel, který svírá základna se spojnicí přijímač-družice, se počítá dle vztahu [9]:

$$\vartheta = \arccos \frac{D_{2i} - D_{1i}}{d}, \quad (1.2)$$

kde ϑ je úhel mezi základnou a spojnicí anténa-družice, D_{1i} a D_{2i} jsou zdánlivé vzdálenosti k družicím a d je vzdálenost antén.



Obr. 4: Princip interferometrické metody měření

Druhou metodou je interferometrické měření fáze nosné. Měření probíhá stejným způsobem jako v předchozím případě, jen místo zdánlivých vzdáleností měříme rozdíl

fází obou signálů. Měření celého počtu period je třeba určit jinou metodou. Elevační úhel k družici je potom dán vztahem:

$$\vartheta = \arccos \left[\frac{\lambda}{d} \left(n + \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \right) \right], \quad (1.3)$$

kde ϑ je úhel mezi základnou a spojnicí anténa-družice, λ je vlnová délka nosné vlny, d je vzdálenost antén, n počet celých period a $\Delta\Phi$ rozdíl fází.

1.2.4. Dálkoměrná metoda

Nejrozšířenější metodou měření je metoda dálkoměrná. Využívá ji většina GNSS systémů jako jsou GPS, GLONASS a i připravovaný projekt GALILEO. Pokud jsou známy souřadnice družice x_i, y_i, z_i a je možné změřit vzdálenost d_i mezi přijímačem a družicí, lze získat polohu přijímače x, y, z řešením soustavy tří rovnic [9]:

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} = d_i \quad (1.4)$$

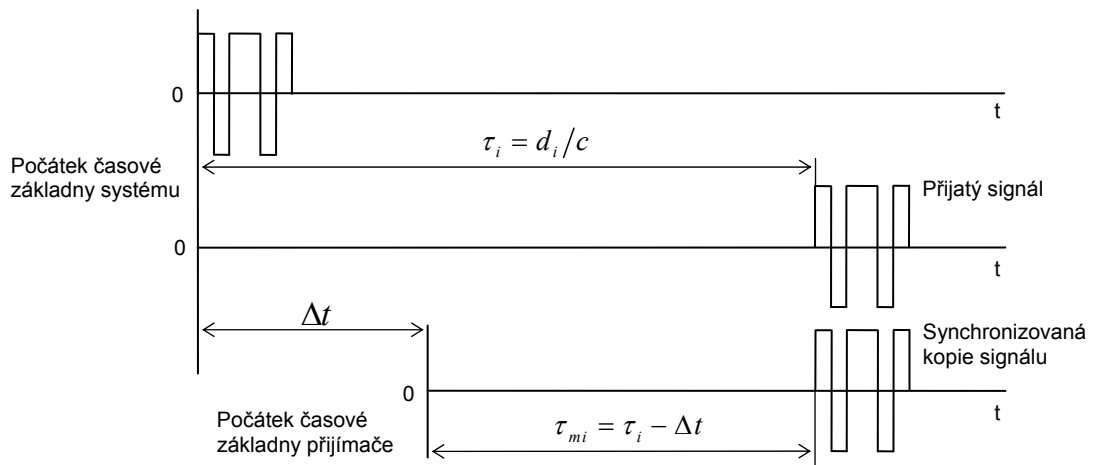
Vzdálenost mezi družicí a přijímačem se určí podle vztahu:

$$d_i = \tau_i \cdot c \quad (1.5)$$

Aby bylo možné změřit vzdálenosti mezi přijímačem a družicí, je potřeba zajistit přesnou časovou synchronizaci mezi družicemi a přijímačem. Takové řešení by vedlo k vyšší složitosti celého systému. Proto je do rovnic zavedena další proměnná b , která vyjadřuje časový rozdíl časové základny družice a přijímače Δt přepočítaný na vzdálenost (obrázek 5). Přidáním další proměnné řešíme soustavu čtyř rovnic ve tvaru:

$$\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} = d_i = (\tau_i + \Delta t) \cdot c = D_i + b, \quad (1.6)$$

kde τ_i je zpoždění signál od i -té družice, c rychlost šíření elektromagnetické vlny a D_i je pseudovzdálenost mezi přijímačem a družicí. Z předchozí rovnice vyplývá, že je nutné zajistit časovou synchronizaci družic (Δt musí být pro všechny družice stejné).



Obr. 5: Rozdíl časových základen systému a přijímače.

1.3. Signály vysílané družicí

Signál vysílaný družicí je kombinací několika dílčích signálů. Základním je datový signál obsahující takzvané navigační zprávy. V přijímači je dekodován a slouží k určení polohy družic. Přenosová rychlost tohoto signálu je 50 bit/s. Signál navigační zprávy se binárně sčítá (modulo-2) s dálkoměrným kódem. Ten slouží pro určení pseudovzdálenosti mezi přijímačem a družicí. Výsledný signál se moduluje pomocí BPSK na nosnou vlnu. Takto vznikne dálkoměrný signál, který lze popsat vztahem [9]:

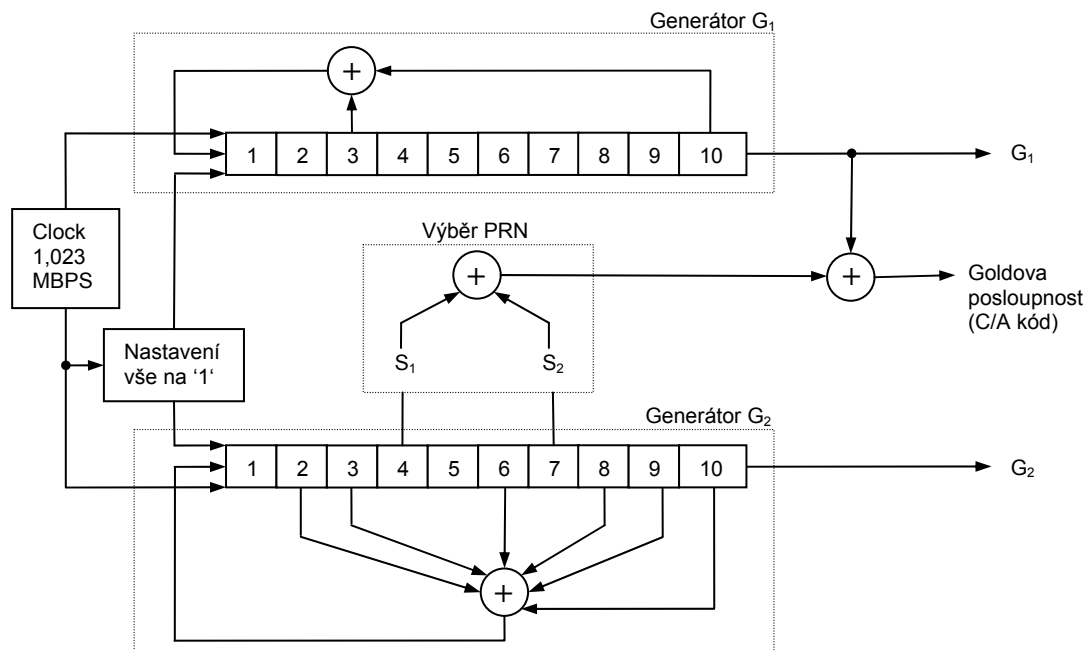
$$s(t) = c(t)D(t)\sin(2\pi f_c t), \quad (1.7)$$

kde $c(t)$ je dálkoměrný kód, $D(t)$ je navigační zpráva a f_c kmitočet nosné vlny.

Dálkoměrný kód je pseudonáhodná posloupnost bitů (PRN - *Pseudo Random Noise*), jedinečná pro každou družici. V přijímači slouží nejenom k určení pseudovzdálenosti, ale i k rozpoznání konkrétní družice. GPS systém používá dva typy dálkoměrných kódů. Prvním je takzvaný hrubý kód označený C/A (*Coarse Acquisition*), určený pro méně přesné měření. Vyšší přesnosti dosahuje P-kód (*Precision*), ten je však šifrován na Y-kód, který je určen jen pro autorizované uživatele.

Posloupnost C/A kódu je dlouhá 1023 bitů, jde o Goldův kód s bitovou rychlostí 1,023 Mb/s. Generátor C/A kódu je zobrazen na obrázku 6. Goldova posloupnost se vytváří součtem dvou nezávislých pseudonáhodných kódů G_1 a G_2 . Oba jsou generovány posuvným registrem o délce 10 bitů, jejich délka je tak dána vztahem:

$$L_{G1} = L_{G2} = 2^k - 1 = 2^{10} - 1 = 1023. \quad (1.8)$$



Obr. 6: Generátor C/A kódu

Oba registry jsou řízeny hodinovým signálem o frekvenci 1,023 MHz. Při spuštění je inicializační vektor obou generátorů 1111111111. Generátory se nesmějí nikdy dostat

do stavu, kdy jsou na všech pozicích zapsány nuly. Generující polynom pro první generátor má tvar [10]:

$$G1 = X^{10} + X^3 + 1 \quad (1.9)$$

Polynom pro posloupnost G2 je [10]:

$$G2 = X^{10} + X^9 + X^8 + X^6 + X^3 + X^2 + 1 \quad (1.10)$$

Výsledná Goldova posloupnost se vytváří binárním součtem posloupnosti G1 a zpožděné posloupnosti G2. Zpoždění posloupnosti G2 je v rozmezí 5 až 950 bitů. Lze ho realizovat binárním součtem vhodných buněk registru G2. Tyto buňky není možné volit libovolně, používané kombinace jsou v tabulce 1. Těchto kombinací je 37, z toho pro družice jich je vyhrazeno 32. Každá družice je identifikována SVN (*Space Vehicle Number*) číslem a ke každému číslu je přiřazeno jedno zpoždění posloupnosti G2.

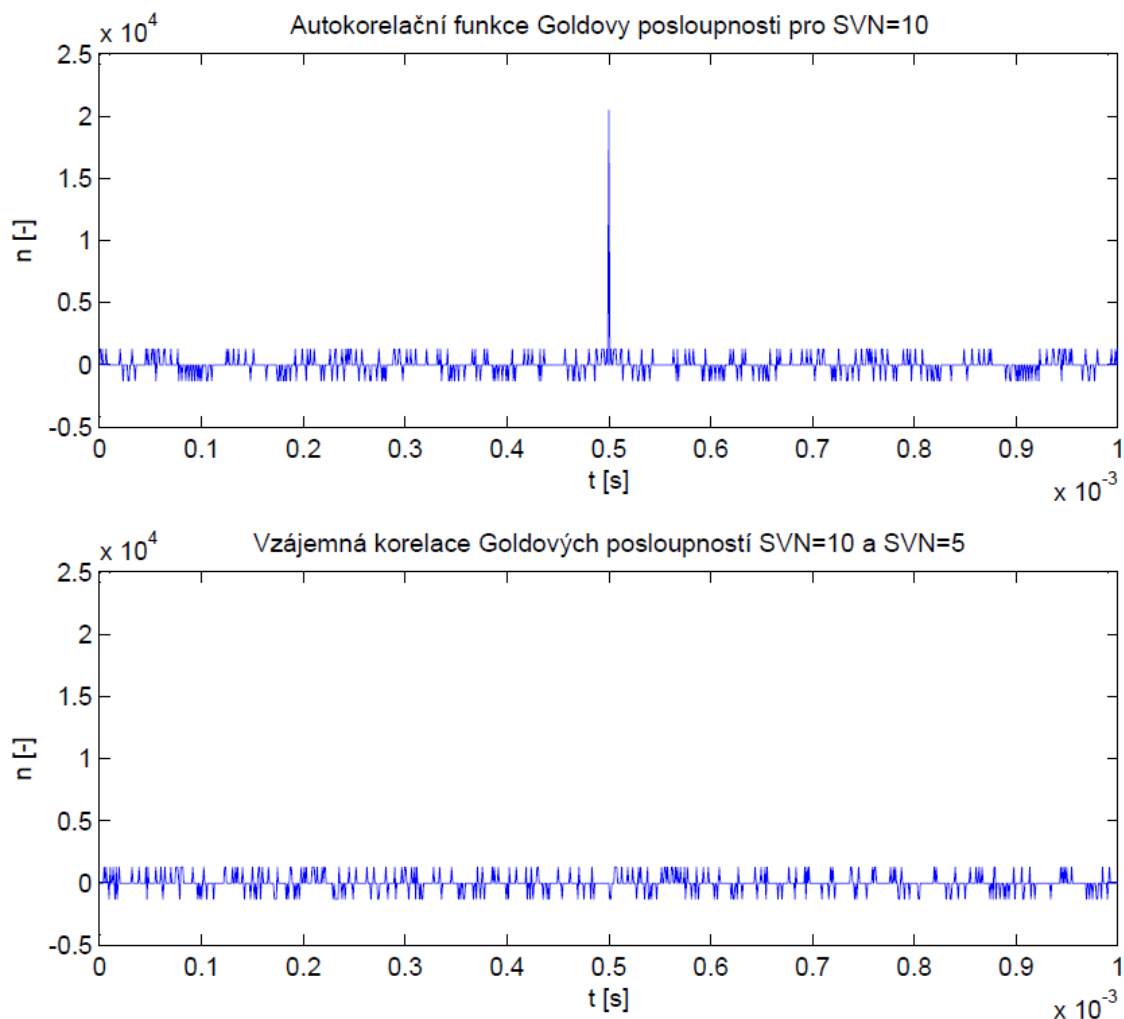
Tab. 1: Buňky pro generování posloupnosti G2, příslušná SVN a zpoždění G2 vůči G1.

SVN	zpoždění bitů	Buňky G2	SVN	zpoždění bitů	Buňky G2	SVN	zpoždění bitů	Buňky G2
1	5	$2 \oplus 6$	14	256	$7 \oplus 8$	27	515	$7 \oplus 9$
2	6	$3 \oplus 7$	15	257	$8 \oplus 9$	28	516	$8 \oplus 10$
3	7	$4 \oplus 8$	16	258	$9 \oplus 10$	29	859	$1 \oplus 6$
4	8	$5 \oplus 9$	17	469	$1 \oplus 4$	30	860	$2 \oplus 7$
5	17	$1 \oplus 9$	18	470	$2 \oplus 5$	31	861	$3 \oplus 8$
6	18	$2 \oplus 10$	19	471	$3 \oplus 6$	32	862	$4 \oplus 9$
7	139	$1 \oplus 8$	20	472	$4 \oplus 7$	33	863	$5 \oplus 10$
8	140	$2 \oplus 9$	21	473	$5 \oplus 8$	34	950	$4 \oplus 10$
9	141	$3 \oplus 10$	22	474	$6 \oplus 9$	35	947	$1 \oplus 7$
10	251	$2 \oplus 3$	23	509	$1 \oplus 3$	36	948	$2 \oplus 8$
11	252	$3 \oplus 4$	24	512	$4 \oplus 6$	37	950	$4 \oplus 10$
12	254	$5 \oplus 6$	25	513	$5 \oplus 7$			
13	255	$6 \oplus 7$	26	514	$6 \oplus 8$			

K navigační zprávě o rychlosti 50 bit/s je binárně přičtena Goldova posloupnost. Dojde tím k rozproštění spektra, protože je rozprostírací posloupnost pro každou družici jiná, mohou všechny družice vysílat na stejné frekvenci. GPS tedy využívá CDMA (*Code Division Multiple Access*) přístup. Vlastnostmi rozprostíracích frekvencí musí být minimální vzájemná korelace a ostré autokorelační maximum. Na obrázku 7 je zobrazena autokorelační funkce pro SVN 10. V grafu je patrné ostré maximum, mimo které funkce dosahuje jen minimálních hodnot. V druhém grafu je zobrazena vzájemná korelace mezi posloupnostmi SVN 5 a SVN 10.

Pro vyšší přesnost měření je určen P-kód. Jeho délka je $235,46\,959 \cdot 10^{12}$ bitů a při bitové rychlosti 10,23 MHz je jeho perioda 264,4 dní. Z kódu se však používá vždy jen sedmidenní část o délce $6,1871 \cdot 10^{12}$ bitů. Tato část se vždy každý týden mění [1]. Generování posloupnosti je principem podobné jako u C/A kódu. Generátor však používá čtyři posuvné registry, kdy každá dvojice registrů generuje jednu posloupnost a tyto posloupnosti se binárně sčítají. Různých kódů se dosahuje tím, že jedna

z posloupností je zpožděna o daný počet bitů. P-kód dosahuje oproti C/A kódu vyšší přesnosti díky větší délce a vyšší bitové rychlosti [3].



Obr. 7: Autokorelační a korelační funkce Goldovy posloupnosti

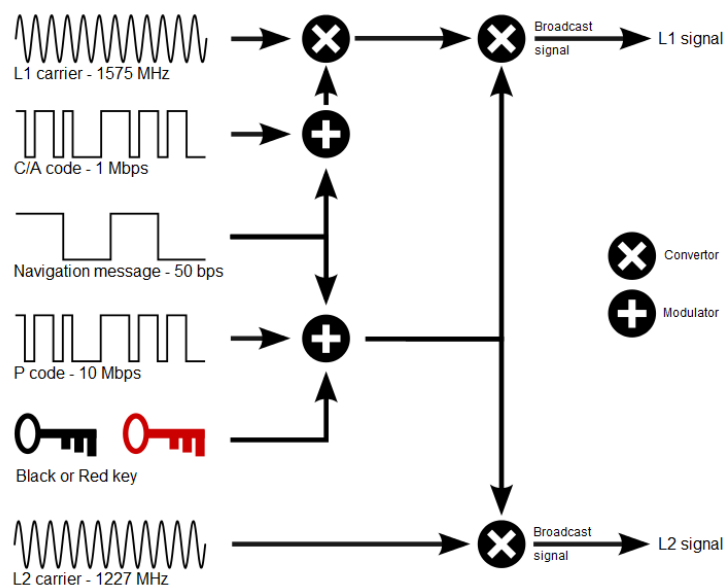
Veškeré frekvence v GPS systému jsou odvozeny od základního kmitočtu $f_0 = 10,23$ MHz. Družice vysílají ve dvou pásmech L1 = 1574,42 MHz a L2 = 1227,60 MHz. Nově je připravováno pásmo L5 = 1176,45 MHz. Toto pásmo je vyhrazeno pro letectví, proto se předpokládá hlavní využití především v letecké dopravě.

Na nosné L1 je vysílán C/A kód i P-kód. Na nosné L2 je vysílán pouze P-kód. Díky tomu, že P-kód je vysílán na dvou různých kmitočtech, je omezen vliv ionosférické refrakce. Tím je možné vyhodnotit polohu s vyšší přesností. Konečný signál vysíláný družicí lze popsat vztahem [11]:

$$s(t) = A_{CA}C(t)D(t)\sin(2\pi f_1 t) + A_{P1}P(t)D(t)\sin(2\pi f_1 t) + A_{P2}P(t)D(t)\sin(2\pi f_2 t) \quad (1.11)$$

kde $D(t)$ jsou data navigační zprávy, $C(t)$ C/A kód, $P(t)$ P-kód a f_1 a f_2 jsou frekvence pro nosné kmitočty L1 a L2. Aby bylo možné použít modulaci BPSK, musí kódy i data nabývat logických úrovní (1 -1). Ukázka generování signálů L1 a L2 je zobrazena na

obrázku 8. Datový signál je nejdříve rozprostřen oběma kódy a následně je namodulován na příslušné nosné.



Obr. 8: Generování GPS signálu (převzato z [3])

1.4. Navigační zpráva

Navigační zpráva obsahuje informace pro predikci polohy družice. Mimo informací o oběžných drahách družice jsou v ní obsaženy i informace o ostatních družicích v systému (almanach), koeficienty ionisferického modelu a korekce atomových hodin. Navigační zprávy se vytváří v řídicím segmentu a do družic jsou odesílány alespoň jednou denně.

Navigační zpráva je rozdělena do 25 rámců, každý rámeček se skládá z pěti podrámců. Podrámeček obsahuje deset slov o délce 30 bitů. Ve slově je 24 datových bitů, zbývajících šest bitů je paritních a slouží k zabezpečení proti chybám. Při bitové rychlosti 50 bit/s trvá odeslání jednoho slova 0,6 s, odeslání jednoho podrámečku 6 s, odeslání rámečku 30 s a odeslání kompletní navigační zprávy 12,5 min.

Na začátku každého podrámečku je vysíláno slovo TLM (*Telemetry Word*). Prvních osm bitů slova tvoří preamble 1000 1011. Následuje 16 rezervních bitů a 6 bitů paritních. Druhým slovem je HOW (*Handover Word*). Prvních 17 bitů obsahuje informace o GPS času tzv. TOW (*Time Of Week*). Číslo vyjadřuje počet 1,5 sekundových intervalů uplynulých od počátku GPS týdne. Bit 18 má označení Alert flag, při nastavení na '1' je signalizováno, že přesnost této družice je nižší. Bit 19 je nastaven do logické jedničky, pokud je povolen tzv. Anti-Spoof režim a místo P-kódu je vysílán Y-kód. Bity 20 až 22 přenáší číslo podrámečku v daném rámečku. Poslední dva bity jsou v tomto slově vždy nastaveny na nulu. Proto jsou dva paritní bity přenášeny na pozicích 23 a 24.

1.4.1. Podrámec 1

První dvě slova podrámce 1 jsou TLM a HOW. Zbývajících osm slov obsahuje informace o GPS týdnu, času, stavu družice a korekční parametry pro hodiny družice. Ve slově je vždy vysílán jako první nejvíce významný bit. Jednotlivé parametry, jejich počet bitů, délka a měřítko, jsou uvedeny v tabulce 2. Rozmístění jednotlivých parametrů ve slovech je zobrazeno na obrázku 9.

Tab. 2: Parametry přenášené v podrámci 1

Parametr	Počet bitů	Rozlišení	Efektivní délka	Jednotky
číslo týdne	10	1		týdny
přesnost družice URA	4	-		-
zdraví družice	6	1		-
T_{GD}	8	2^{-31}		s
IODC	10	-		-
t_{oc}	16	2^4	604 784	s
a_{f2}	8	2^{-55}		s/s^2
a_{f1}	16	2^{-43}		s/s
a_{f0}	22	2^{-31}		s

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3. slovo																													
Číslo týdne										Res.		přesnost družice (URA)					zdraví družice					IODC 1.část			Parita				
10 bitů										2 bity		4 bity					6 bitů					2 bity			6 bitů				
7. slovo																													
Reservováno															T _{GD}										Parita				
16 bitů															8 bitů										6 bitů				
8. slovo																													
IODC 2.část					t _{oc}																				Parita				
8 bitů					16 bitů																				6 bitů				
9. slovo																													
a _{f2}					a _{f1}																				Parita				
8 bitů					16 bitů																				6 bitů				
10. slovo																													
a _{f0}																				par.		Parita							
22 bitů																				2 bity		6 bitů							

Obr. 9: Umístění parametrů ve slovech prvního podrámce

Číslo týdne neudává týden v kalendářním roce, ale týden od půlnoci ze soboty na neděli 5. ledna 1980. Slovo je jen desetibitové, proto maximální počet týdnů je 1024. K přetečení čítače týdnů došlo 14. srpna 1999, od tohoto data se počítá týden opět od 0. Čítač týdnů je vždy inkrementován o půlnoci ze soboty na neděli. Konkrétní čas v daném týdnu udává parametr t_{oc} . Parametr URA udává statistickou přesnost měření pro danou družici. Tento parametr je čtyřbitový, proto nabývá hodnot N od 0 až do 15. Konkrétní statistickou přesnost lze určit podle vztahů [10] pro URA menší než 7:

$$URA = 2^{(1+N/2)}, \quad (1.12)$$

a pro $N=7$ a vyšší:

$$URA = 2^{(N-2)}. \quad (1.13)$$

Stav družice lze zjistit bitem 17 ve třetím slově. Pokud je družice v pořádku, je nastaven na logickou nulu. Pokud přestane družice pracovat správně, je nastaven na logickou 1. Dalších 5 bitů nese informaci o konkrétním problému (viz tabulka 3). Parametr IODC (*Issue of Data, Clock*) určuje odhad změn parametrů korekce hodin. Parametr je dlouhý 10 bitů a je rozdělen do dvou částí. První dva nejvýznamnější bity jsou přenášeny ve třetím slově a zbývajících osm v osmém slově. T_{GD} udává skupinové zpoždění signálu a společně s korekčními údaji a_{f0} , a_{f1} , a_{f2} se používá pro korekci času [10]. Zbývající slova v podrámci jsou rezervní a neobsahují žádné informace.

Tab. 3: Význam bitů SV health

MSB	LSB	Popis
0 0 0 0 0 0		Všechny signály jsou v pořádku
1 1 1 1 0 0		Družice je dočasně mimo provoz
1 1 1 1 0 1		Družice bude dočasně mimo provoz
1 1 1 1 1 0		Rezervní
1 1 1 1 1 1		Došlo k více poruchám na družici
Ostatní kombinace		Problémy s modulací nebo vysílacím výkonem

1.4.2. Podrámec 2 a 3

Podrámce 2 a 3 nesou informace o oběžných drahách družic (Kepleriánech). Podrámce obsahují jak data pro výpočet polohy družice, tak i údaje pro korekce. V každém podrámci jsou první dvě slova TLW a HOW a po nich následuje 8 datových slov. Přenášená data, jejich délka, rozlišení a jednotky jsou vypsána v tabulce 4. Význam jednotlivých parametrů je podrobně popsán v kapitole 2.2.2. Data jsou opět přenášena od nejvýznamnějšího po nejméně významný bit. Některé parametry jsou rozděleny do více slov, potom v prvním slově jsou obsaženy bity s největší vahou a v druhém s nižší. Konkrétní podoba slov druhého podrámce je na obrázku 10 a třetího podrámce na obrázku 11.

Tab. 4: Data přenášená v podrámcích 2 a 3

Parametr		Počet bitů	Rozlišení	Rozměr
IODE	Kontrolní data	8	-	-
C_{rs}	Amplituda sinusové složky pro korekce rádiusu oběžné	16	2^{-5}	meters
Δn	Změna středního pohybu	16	2^{-43}	semi-
M_0	Střední anomálie	32	2^{-31}	semi-circles
C_{uc}	Amplituda cosinové složky pro korekce argumentu šířky	16	2^{-29}	radians
e	Excentricita	32	2^{-33}	-
C_{us}	Amplituda sinusové složky pro korekce argumentu šířky	16	2^{-29}	radians
$(A)^{1/2}$	Odmocnina z hlavní poloosy elipsy	32	2^{-19}	meters ^{1/2}
t_{oe}	Referenční čas efemeridy	16	2^4	seconds
C_{ic}	Amplituda cosinové složky pro korekce úhlu sklonu	16	2^{-29}	radians
Ω_0	Délka vzestupného uzlu	32	2^{-31}	semi-circles
C_{is}	Amplituda sinové složky pro korekce úhlu sklonu	16	2^{-29}	radians
i_0	Inklinace	32	2^{-31}	semi-circles
C_{rc}	Amplituda cosinové složky pro korekce rádiusu oběžné	16	2^{-5}	meters
ω	Argument perigea	32	2^{-31}	semi-circles
$\dot{\Omega}$	Regrese uzlů	24	2^{-43}	semi-
$\dot{\omega}$	Precese přímky apsid	14	2^{-43}	semi-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3. slovo																													
IODE								C_{rs}																Parita					
8 bitů								16 bitů																6 bitů					
4. slovo																													
Δn																M_0 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
5. slovo																													
M_0 2.část (LSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
6. slovo																													
C_{uc}																e 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
7. slovo																													
e 2.část (LSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
8. slovo																													
C_{us}																$A^{1/2}$ 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
9. slovo																													
$A^{1/2}$ 2.část (LSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
10. slovo																													
t_{oe}																R	SPARE				par.	Parita							
16 bitů																1	5 bitů				2bity	6 bitů							

Obr. 10: Umístění parametrů ve slovech druhého podráme

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3. slovo																													
C_{ic}																Ω_0 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
4. slovo																													
Ω_0 2.část (MSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
5. slovo																													
C_{is}																i_0 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
6. slovo																													
i_0 1.část (MSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
7. slovo																													
C_{rr}																ω 1.část (MSB)								Parita					
16 bitů																8 bitů								6 bitů					
8. slovo																													
ω 2.část (LSB)																								Parita					
24 bitů																								6 bitů					
10. slovo																													
IODE								IDOT														par.		Parita					
8 bitů								14 bitů														2bity		6 bitů					

Obr. 11: Umístění parametrů ve slovech třetího podrámece

Ve třetím podrámeči deváté slovo nenese žádnou informaci, bity v něm jsou rezervní. Parametr IODE (*Issue of Data, Ephemeris*) určuje odhad změn korekci efemerid.

1.4.3. Podrámece 4 a 5

Podrámece 4 má v každé stránce jiný tvar. Je použit pro přenos koeficientů ionosférického modelu, UTC (*Coordinated Universal Time*) parametry a almanach. Každý podrámece opět začíná slovy TLM a HOW. Následující slova obsahují jako u předchozích podrámců 24 datových bitů a 6 bitů paritních. Třetí slovo začíná dvěma bity označenými jako data ID a šesti bity označující stránku (satelit ID). Označení stránek v podrámeči 4 a 5 je v tabulce 5.

Čtvrtý podrámece na stránkách 1, 6, 11, 12, 16, 19, 20, 21, 22, 23, 24 neobsahuje žádná data. Tyto podrámece jsou rezervní, pro případ že by bylo nutné rozšířit systém. Na stránce 18, znázorněné na obrázku 12, jsou přenášeny koeficienty ionosférického modelu a UTC parametry. Bližší informace o výpočtu ionosférického modelu a UTC času lze nalézt v literatuře [10]. V tabulce 6 jsou vypsány koeficienty pro výpočet UTC času, jejich délka a rozměr.

Tab. 5: Data ID a satelit ID v podrámcích 4 a 5

Stránka	Podrámec 4		Podrámec 5	
	Data ID	Satelit ID	Data ID	Satelit ID
1	Pozn.2	57	Pozn.1	1
2	Pozn.1	25	Pozn.1	2
3	Pozn.1	26	Pozn.1	3
4	Pozn.1	27	Pozn.1	4
5	Pozn.1	28	Pozn.1	5
6	Pozn.2	57	Pozn.1	6
7	Pozn.1	29	Pozn.1	7
8	Pozn.1	30	Pozn.1	8
9	Pozn.1	31	Pozn.1	9
10	Pozn.1	32	Pozn.1	10
11	Pozn.2	57	Pozn.1	11
12	Pozn.2	62	Pozn.1	12
13	Pozn.2	52	Pozn.1	13
14	Pozn.2	53	Pozn.1	14
15	Pozn.2	54	Pozn.1	15
16	Pozn.2	57	Pozn.1	16
17	Pozn.2	55	Pozn.1	17
18	Pozn.2	56	Pozn.1	18
19	Pozn.2	58	Pozn.1	19
20	Pozn.2	59	Pozn.1	20
21	Pozn.2	57	Pozn.1	21
22	Pozn.2	60	Pozn.1	22
23	Pozn.2	61	Pozn.1	23
24	Pozn.2	62	Pozn.1	24
25	Pozn.2	63	Pozn.2	51
Pozn.1: Data ID jsou stejná jako u družice, jejíž efemeridy jsou vysílány				
Pozn.2: Používají se data ID družice vysílající navigační zprávu				

Tab. 6: Parametry pro výpočet UTC času

Parametr		Počet bitů	Rozlišení	Rozměr
A_0	Korekční konstanta	32	2^{-30}	sec
A_1	Korekční konstanta	24	2^{-50}	sec/sec
Δt_{LS}	Aktuální nebo předchozí počet sekund posunu	8	1	sec
t_{ot}	Referenční UTC čas	8	2^{-12}	sec
WN_t	Číslo UTC týdne	8	1	týdny
WN_{LSF}	Spodních 8 bitů GPS čísla týdne	8	1	týdny
DN	Den v týdnu	8	1	dny
Δt_{LSF}	Aktuální nebo budoucí počet sekund posunu UTC	8	1	sec

Na stránce 25 jsou ve slovech 3 až 8 zapsány bity Alert flag a Anti-Spoof všech družic. Posledních 6 bitů v osmém slově a slova devět a deset jsou vyhrazena pro parametr určující zdraví družic SVN 25 až SVN 32. Přesný význam bitů je na obrázku 12.

Slovo 1		Slovo 2		Slovo 3				Slovo 4				Slovo 5			
TLM	P	HOW	P	α_{-1}	α_0	α_1	P	α_2	α_3	β_0	P	β_1	β_2	β_3	P
24	6	24	6	6	8	8	6	8	8	8	6	8	8	8	6
Slovo 6		Slovo 7		Slovo 8				Slovo 9				Slovo 10			
A_1	P	A_0 MSB	P	A_0 LSB	t_{ot}	WN_t	P	Δt_{LS}	WN_{LST}	DN	P	Δt_{LSF}	R		P
24	6	24	6	8	8	8	6	8	8	8	6	8	14		

Slovo 1		Slovo 2		Slovo 3						Slovo 4						Slovo 5								
TLM	P	HOW	P	str	spoof, SV config					P	A-spoof, SV config					P	A-spoof, SV config					P		
					1	2	3	4			5	6	7	8	9	10		11	12	13	14	15	16	
24	6	24	6	6	4	4	4	4	6		4	4	4	4	4	4	6	4	4	4	4	4	4	6

Slovo 6				Slovo 7				Slovo 8				Slovo 9				Slovo 10				
A-spoof, SV config				P	A-spoof, SV config				P	AS, SV config		R	SV health		P	SV health		R	P	
17	18	19	20	21	22			23	24	25	26	27	28			29	30	31	32	
4	4	4	4	4	4	6		4	4	4	4	4	6			4	4	4	4	6
																SV26	SV27	SV28	SV29	
																6	6	6	6	6
																6	6	6	6	6
																SV30	SV31	SV32		
																6	6	6	6	6

Slovo 1		Slovo 2		Slovo 3			Slovo 4			Slovo 5			
TLM	P	HOW	P	D	e	P	t _{oa}	δ_i	P	Ω	SV h.	P	
24	6	24	6	6	16	6	8	16	6	16	8	6	
Slovo 6		Slovo 7		Slovo 8			Slovo 9			Slovo 10			
(A) ^{1/2}	P	Ω_0	P	ω	P		M ₀	P		a _{f0 MSB}	a _{f1}	a _{f0}	P
24	6	24	6	24	6		24	6		8	11	3	

Slovo 1		Slovo 2		Slovo 3				Slovo 4					Slovo 5					
TLM	P	HOW	P	C	str	t _{oa}	WN _a	P	SV health				P	SV health				P
									SV1	SV2	SV3	SV4		SV5	SV6	SV7	SV8	
24	6	24	6		6	8	8	6	6	6	6	6		6	6	6	6	6

Obr. 12: Struktura podrámčů 4 a 5

V pátém podrámcí jsou na stránkách 1 až 25 přenášeny informace o efemeridách, ve stejném tvaru jako na stránkách 2 až 5 a 7 až 10 ve čtvrtém podrámcí. Stránka 25 pátého podrámcí obsahuje informace o zdraví družice pro družice SVN1 až SVN25. Dále jsou ve třetím slově obsaženy informace o čísle týdne a referenčním čase.

Tab. 7: Parametry almanachu

Parametr		Počet bitů	Rozlišení	Rozměr
M_0	Střední anomálie	32	2^{-31}	semi-circles
e	Excentricita	32	2^{-33}	-
$(A)^{1/2}$	Odmocnina z hlavní poloosy elipsy	32	2^{-19}	meters ^{1/2}
t_{0a}	Referenční čas efemeridy	16	2^4	seconds
Ω_0	Délka vzestupného uzlu	32	2^{-31}	semi-circles
i_0	Inklinace	32	2^{-31}	semi-circles
ω	Argument perigea	32	2^{-31}	semi-circles
$\dot{\Omega}$	Regrese uzlů	24	2^{-43}	semi-circles/sec
$\dot{\omega}$	Precese přímky apsid	14	2^{-43}	semi-circles/sec

2. Zpracování signálů a dat z družic

Pro nahrání navigačních zpráv byl použit GPS přijímač Leadtek LR9450. Tento přístroj v základním nastavení používá pro komunikaci s připojeným zařízením protokol NMEA. Pomocí softwaru SirfDemo ho lze přepnout na Sirf Binary protokol. Ten umožňuje zasílání podrámců navigačních zpráv. Zprávy jsou v hexadecimálním vyjádření a je možné je pomocí programu zachytávat do textového souboru. Takto zachycený podrámec vypadá takto:

```
: 00 20 22c25f3b da5d55e8 14c1de01 70b3b385 6c7c2d85
7e70bf5a 98d2c190 1c4e865 7ca36be8 1c909f7c
```

2.1. Dekódování dat

Každé slovo v podrámcu obsahuje 30 bitů, v nahraných zprávách je každé slovo vyjádřeno 8 hexadecimálními čísly, která po převodu na binární tvar tvoří celkem 32 bitů. Proto je nutné první dva bity slova zahodit a použít jen 30 bitů. Pro příklad dekodování vezměme první slovo. Jako první slovo podrámcu by mělo jít o slovo TLW. To obsahuje prvních osm bitů preamble ve tvaru 1000 1011:

$22c25f3b_{\text{HEX}} = 0010\ 0010\ 1100\ 0010\ 0101\ 1111\ 0011\ 1011_{\text{BIN}}$.

Po odstranění dvou bitů na začátku zprávy má následujících osm bitů tvar preamble. První slovo nenese žádnou užitečnou informaci, ale i přesto je zabezpečeno šesti paritními bity. Ty jsou tvořeny podle následujících rovnic [10]:

$$\begin{aligned} D_{25} &= D_{29}^* \oplus d_1 \oplus d_2 \oplus d_3 \oplus d_5 \oplus d_6 \oplus d_{10} \oplus d_{11} \oplus d_{12} \oplus d_{13} \oplus d_{14} \oplus d_{17} \oplus d_{18} \oplus d_{20} \oplus d_{23} \\ D_{26} &= D_{30}^* \oplus d_2 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_{11} \oplus d_{12} \oplus d_{13} \oplus d_{14} \oplus d_{15} \oplus d_{18} \oplus d_{19} \oplus d_{21} \oplus d_{24} \\ D_{27} &= D_{29}^* \oplus d_1 \oplus d_3 \oplus d_4 \oplus d_5 \oplus d_7 \oplus d_8 \oplus d_{12} \oplus d_{13} \oplus d_{14} \oplus d_{15} \oplus d_{16} \oplus d_{19} \oplus d_{20} \oplus d_{22} \\ D_{28} &= D_{30}^* \oplus d_2 \oplus d_4 \oplus d_5 \oplus d_6 \oplus d_8 \oplus d_9 \oplus d_{13} \oplus d_{14} \oplus d_{15} \oplus d_{16} \oplus d_{17} \oplus d_{20} \oplus d_{21} \oplus d_{23} \\ D_{29} &= D_{30}^* \oplus d_1 \oplus d_3 \oplus d_5 \oplus d_6 \oplus d_7 \oplus d_9 \oplus d_{10} \oplus d_{14} \oplus d_{15} \oplus d_{16} \oplus d_{17} \oplus d_{18} \oplus d_{21} \oplus d_{22} \oplus d_{24} \\ D_{30} &= D_{29}^* \oplus d_3 \oplus d_5 \oplus d_6 \oplus d_8 \oplus d_9 \oplus d_{10} \oplus d_{11} \oplus d_{13} \oplus d_{15} \oplus d_{19} \oplus d_{22} \oplus d_{23} \oplus d_{24} \end{aligned} \quad , (2.1)$$

kde D_{25} až D_{30} jsou vypočtené paritní bity, D_{29}^* a D_{30}^* jsou poslední dva bity předchozího slova a d_1 až d_{24} jsou datové bity. Datové bity se kódují podle rovnic [10]:

$$\begin{aligned} D_1 &= d_1 \oplus D_{30}^* \\ D_2 &= d_2 \oplus D_{30}^* \\ D_3 &= d_3 \oplus D_{30}^* \\ &\vdots \\ D_{24} &= d_{24} \oplus D_{30}^* \end{aligned} \quad (2.2)$$

U prvního slova v podrámci nelze určit hodnoty bitů D_{29}^* a D_{30}^* , protože předchozí slovo není známo. Bity se odvodí podle preamble. Pokud je 1000 1011, jsou oba bity 0, protože přičtením nuly se hodnota datových bitů nezmění. Pokud má prvních osm bitů slova tvar 0111 0100, jsou bity nastaveny do logické ,1'. V našem případě jsou bity $D_{29}^* = 0$ a $D_{30}^* = 0$. Dosazením do předchozích rovnic se dostane:

$$\begin{aligned} D_{25} &= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \\ D_{26} &= 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \\ D_{27} &= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1 \\ D_{28} &= 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0 \\ D_{29} &= 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \\ D_{30} &= 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Generování parity je pro všechna slova stejné. Jen u druhého slova (HOW) jsou bity 29 a 30 vždy nastaveny na ,00' a pro poslední dva paritní bity jsou vyhrazeny bity 23 a 24.

2.1.1. Dekódování podrámce 1

Po odstranění prvních dvou slov, prvních bitů z každého slova a 6 paritních bitů se dostane tato série hexadecimálních čísel:

985701 07DFD4 159D8F A0E809 454607 0E9024 00FFEC FF8520.

Tento řetězec se rozdělí podle obrázku 9. Pro získání parametrů z hexadecimálních čísel je třeba převést tyto parametry na dekadická čísla a vynásobit rozlišením podle tabulky 2. Následuje příklad pro skupinové zpoždění signálu a_{f0} . Tento parametr je v desátém slově a má délku 22 bitů. Proto je slovo nejdříve převedeno z hexadecimálního tvaru na binární a je vybráno prvních 22 bitů:

$$\begin{aligned} FF8520_{HEX} &= 1111 \ 1111 \ 1000 \ 0101 \ 0010 \ 0000_{BIN} \\ a_{f0} &= 0011 \ 1111 \ 1110 \ 0001 \ 0100 \ 1000_{BIN} = 3FE148_{HEX} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Nyní je možné zvolit jednu ze dvou možností převodu. První bit je znaménkový, je tedy možné převést celé číslo i se znaménkovým bitem do dekadického vyjádření. Pokud je dekadická hodnota větší než $2^N - 1$, kde N je počet bitů slova, odečteme od dekadické hodnoty číslo 2^N :

$$\begin{aligned} a_{f0} &= 3FE148_{HEX} = 4186440_{DEC} \\ 2^{N-1} &= 2^{22-1} = 2097152 < 4186440 \\ a_{f0} &= 4186440 - 2^N = 4186440 - 2^{22} = -7864 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Druhou možností je oddělit znaménkový bit, pro který platí: pro ,1' je číslo záporné, pro ,0' je kladné. Následně se převedou zbývající bity do dekadického vyjádření. Pokud je číslo kladné, jde přímo o výsledek, pokud je záporné, musí se odečíst od čísla 2^N , kde N je počet bitů bez znaménkového bitu:

$$a_{f0} = 1FE148_{HEX} = 2089288_{DEC}$$

$$a_{f0} = 2^N - 2089288 = 2^{21} - 2089288 = 7864 \quad (2.6)$$

Po přidání znaménka je vidět, že výsledky z obou řešení jsou shodné. Nejedná se však stále o konečnou hodnotu. Číslo je třeba vynásobit rozlišením podle tabulky 1.2, kde je pro parametr a_{f0} rozlišení 2-31. Konečný výsledek potom je:

$$a_{f0} = -7864 \cdot 2^{-31} = -3,662 \cdot 10^{-6} s. \quad (2.7)$$

Tímto způsobem lze dekodovat všechny parametry s výjimkou času od začátku GPS týdne t_{oc} , $IODC$, T_{GD} a GPS týdne. Ty mohou nabývat jen kladných hodnot, proto nemají znaménkový bit. Příklad převodu pro t_{oc} vypadá takto:

$$t_{oc} = 9024_{HEX} = 36900_{DEC} \rightarrow t_{oc} = 36900 \cdot \text{rozlišení} = 36900 \cdot 2^4 = 590400s \quad (2.8)$$

Koeficienty získané dekodováním prvního podrámcce jsou zapsány v tabulce 8.

Tab. 8: Dekodovaná data podrámcce 1

koeficient	slovo	bity	hex.	dek. bez znaménka	dek.	s měřítkem	jednotky
týden	3	1-10	261	609	-415	609	-
T_{GD}	7	17-24	7	7	7	3,26E-09	s
IODC	3,8	23,24; 1-8	E	14	14	14	-
t_{oc}	8	9-24	9024	36900	-28636	590400	s
a_{f2}	9	1-8	0	0	0	0	s/s^2
a_{f1}	9	9-24	FFEC	65516	-20	-2,27E-12	s/s
a_{f0}	10	1-22	3FE148	4186440	-7864	-3,66E-06	s

2.1.2. Dekodování podrámcce 2 a 3

Dekodování dalších podrámců probíhá stejně jako podrámcce 1. Zprávy přijaté přijímačem v hexadecimálním tvaru vypadají takto:

8B0E78 BF11AB OEFD44 3847CB 7382C3 FD7202 8F2F39 0CF5A1 0D779B
90247C,

8B0E78 BF0FAE FFE1B5 77C30A 002F26 BD503D 1FA242 035182 FFA31A
0EE810.

V těchto podrámcích jsou informace nutné pro predikci polohy družice. V podrámcí 2 je parametr IODE, ten je stejně jako IODC z podrámcce 1 bezrozměrný a především bezznaménkový. Většina úhlových veličin má rozměr semi-circles, jde o veličinu, která vyjadřuje poměr úhlu k polovině kruhu. Jako příklad je uveden převod inklinace i_0 na stupně a radiány:

$$i_0 = i_{0sc} \cdot 180 = 54,54^\circ = 0,952rad \quad (2.9)$$

Z tohoto údaje lze usoudit, že data byla dekódována správně, protože inklinace družic (sklon jejich dráhy vzhledem k rovině rovníku) se pohybuje kolem 55° . Podobným způsobem lze převést jednotku semi-circles/sec. Jde o vyjádření úhlové rychlosti vzhledem k polovině kruhu:

$$\Delta n = \Delta n_{sc} / \pi = 1,64 \cdot 10^{-9} / \pi = 5,22 \cdot 10^{-10} \text{ rad} / \text{s} \quad (2.10)$$

Kompletní přehled dekódovaných parametrů z druhého a třetího podrámcce je uveden v tabulce 9.

Tab. 9: Dekódovaná data podrámcce 2 a 3.

koeficient	pod rámc ec	slo vo	bity	hex.	dek. bez znaménka	dek.	s měřítkem	jedn otky
IODE	2	3	1-8	E	14	14	14	-
C_{rs}	2	3	9-24	FD44	64836	-700	-21,88	m
Δn	2	4	1-16	3847	14407	14407	1,64E-09	sc/s
M_0	2	4,5	17-24;1-24	CB7382C3	3413344963	-881622333	-0,411	sc
C_{uc}	2	6	1-16	FD72	64882	-654	-1,22E-06	rad
e	2	6,7	17-24;1-24	028F2F39	42938169	42938169	5,00E-03	-
C_{us}	2	8	1-16	0CF5	3317	3317	6,18E-06	rad
$(A)^{1/2}$	2	8,9	17-24;1-24	A10D779B	2702014363	-1592952933	-3038,32	$\text{m}^{0,5}$
t_{oe}	2	10	1-16	9024	36900	36900	590400	s
C_{ic}	3	3	1-16	FFE1	65505	-31	-5,77E-08	rad
$(\text{OMEGA})_0$	3	3,4	17-24;1-24	B577C30A	3044524810	-1250442486	-0,582	sc
C_{is}	3	5	1-16	002F	47	47	8,75E-08	rad
i_0	3	5,6	17-24;1-24	26BD503D	649941053	649941053	0,303	sc
C_{rc}	3	7	1-16	1FA2	8098	8098	253,06	m
ω	3	7,8	17-24;1-24	42035182	1107513730	1107513730	0,516	sc
OMEGADO T	3	9	1-24	FFA31A	16753434	-23782	-2,70E-09	sc/s
IDOT	3	10	9-21	E810	59408	43024	4,89E-09	sc/s

2.2. Výpočet polohy

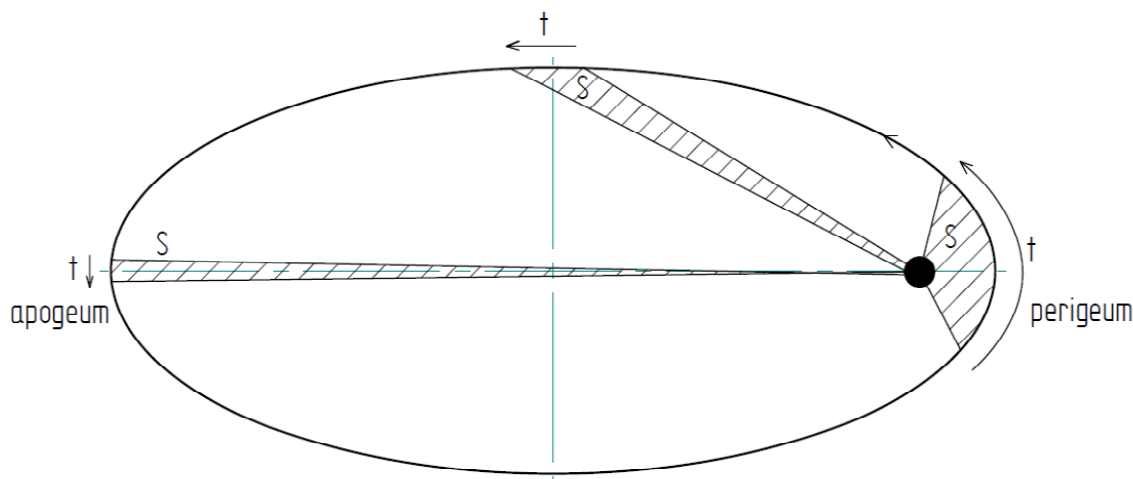
Pro výpočet polohy GPS přijímače je nutné nejdříve určit aktuální polohu minimálně čtyř družic. Jak bylo řečeno v předchozích kapitolách, parametry oběžných drah a korekční parametry vysílá každá družice ve druhém a třetím podrámcí. Pro vlastní výpočet lze využít více různých postupů, lišících se složitostí výpočtu a výslednou přesností. Postup uvedený v následujícím textu počítá s korekčními parametry a pro běžné účely dosahuje dostatečné přesnosti.

2.2.1. Keplerovy zákony

Před vlastním výpočtem je nutné zaměřit se na fyzikální zákony, které platí pro všechna tělesa pohybující se po oběžných drahách nejenom kolem Země, ale i kolem ostatních planet a hvězd. Tyto zákony jako první formuloval německý matematik a astronom Johannes Kepler již v 17. století. Tyto zákony platí obecně pro jakékoli těleso pohybující se v gravitačním poli s působením dostředivé síly.

První Keplerův zákon je formulován takto [12]: „Družice obíhají kolem Země po eliptických drahách, v jejichž jednom společném ohnisku se nachází Země.“ V ideálním případě se mohou družice pohybovat po kružnici, potom Země leží ve středu jejich oběžné dráhy. Pro eliptickou oběžnou dráhu jsou důležité dva body. Prvním je bod perigeum, kdy se družice nachází nejbližší k Zemi. V druhém bodu apogeum se družice nachází v maximální vzdálenosti od Slunce. Oba body leží na hlavní poloose dráhy a při jejich spojení vznikne přímka apsid.

Druhý Keplerův zákon popisuje závislost rychlosti na délce průvodiče [12]: „Obsahy ploch opsaných průvodičem družice (spojnice středu Země a družice) za stejný čas jsou stejně velké.“ Z tohoto zákona je zřejmé, že rychlost družice v apogeu je nejnižší a v perigeu nejvyšší, tak jak znázorňuje obrázek 13.



Obr. 13: Závislost plochy opsané průvodičem družice za jednotku času [13]

Třetí Keplerův zákon hovoří o závislosti oběžné doby družice na její vzdálenosti od Země [12]: „Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou družic je stejný jako poměr třetích mocnin jejich hlavních poloos“. Pro družice blízko Země je oběžná doba kratší než pro družice vzdálené. Pokud označíme oběžné doby družic jako T_1 a T_2 a délky hlavních poloos jako a_1 a a_2 potom lze zapsat [12]:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \quad (2.11)$$

2.2.2. Pohyb družice

Z Keplerových zákonů tedy vyplývá, že oběžné dráhy družic jsou elipsy (pro kruhové dráhy lze použít stejný princip výpočtu). Tvar elipsy je dán její hlavní poloosou a ,

vedlejší poloosou b a výstředností e , které představuje vzdálenost ohniska od středu elipsy. Závislost mezi těmito parametry lze vyjádřit vztahem:

$$a^2 + b^2 = e^2. \quad (2.12)$$

Mezi délkou hlavní poloosy a , excentricitou e a výškou apogea h_a a perigea h_p platí tyto vztahy[5]:

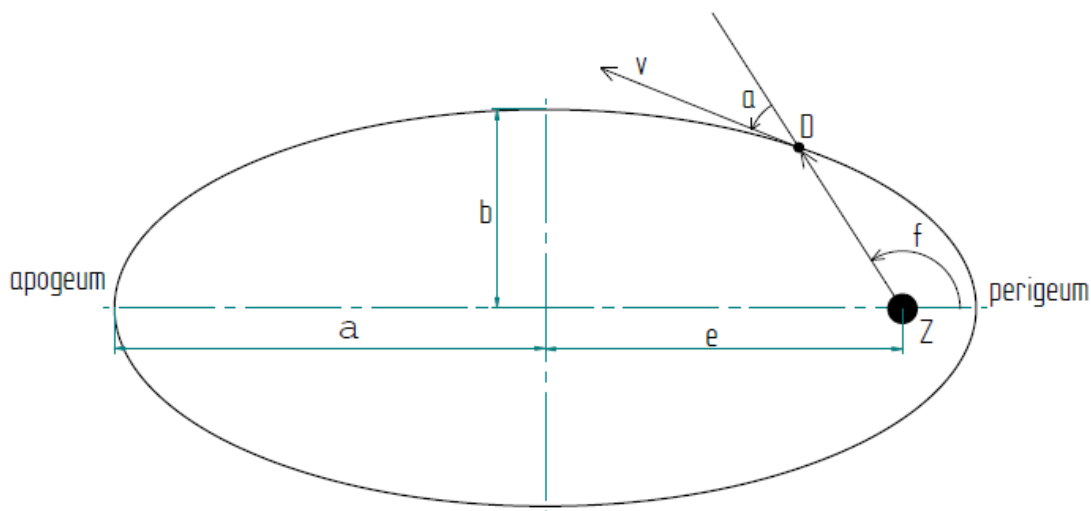
$$\begin{aligned} a &= \frac{h_p - h_a}{2} + R_0 \\ e &= \frac{h_a - h_p}{2a}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

kde $R_0 = 6372,7922 \text{ km}$ je střední poloměr Země.

Polohu družice na oběžné dráze určuje průvodič r a pravá anomálie f , což je úhel svírající průvodič s hlavní osou. Vektor rychlosti je tečna k elipse a jeho velikost je dána vztahem[5]:

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}, \quad (2.14)$$

kde α je úhel, který svírá vektor rychlost s průvodičem r a μ je gravitační konstanta a pro Zemi má velikost $398\,600,3 \text{ km}^3/\text{s}^2$ [5]. Parametry popsané výše jsou znázorněny na obrázku 14.

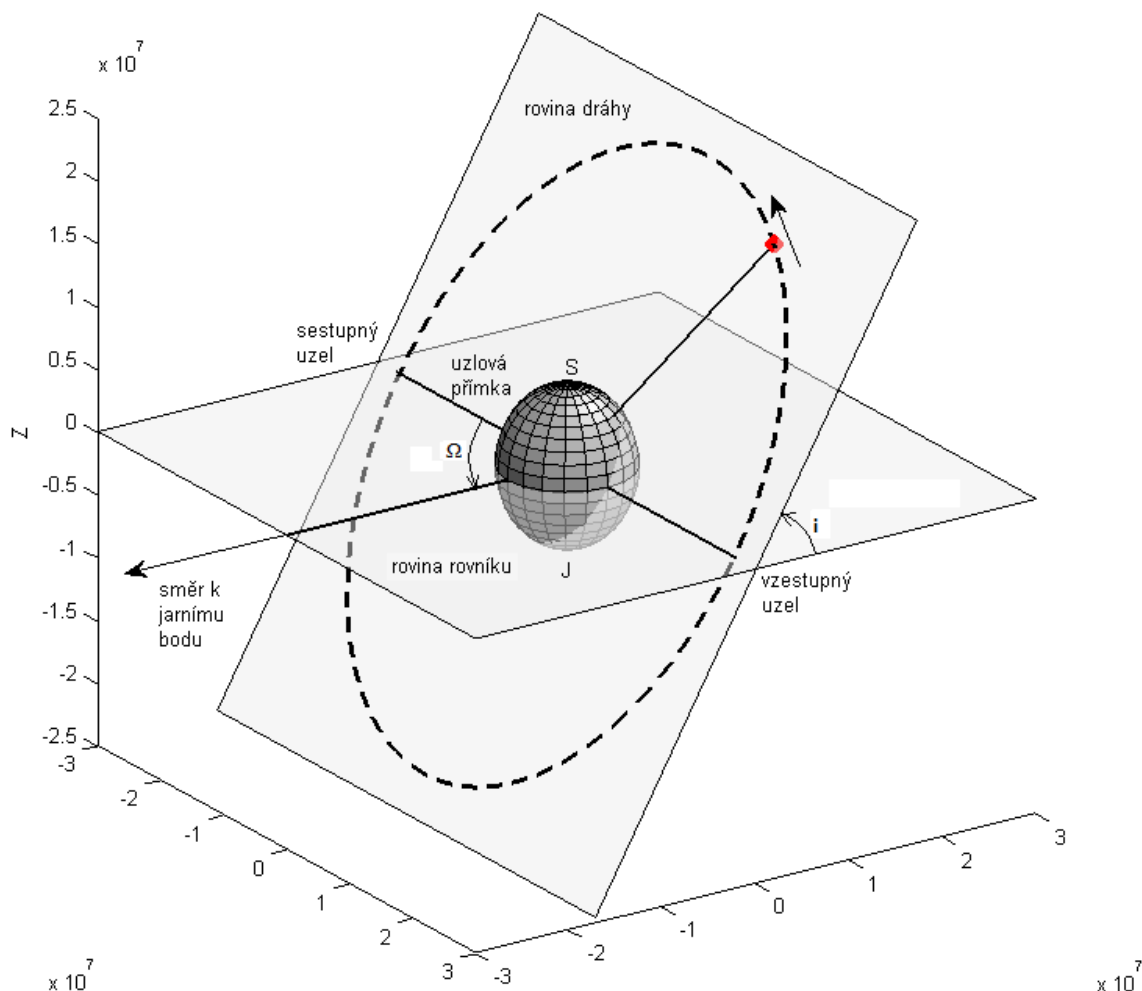


Obr. 14: Pohyb družice po eliptické dráze

Pro přesné určení polohy družice v prostoru je dále nutné definovat polohu roviny dráhy. Polohu roviny dráhy lze jednoznačně určit dvěma parametry. Prvním je inklinace i , vyjadřující úhel, který svírá rovina dráhy s rovinou rovníku. Podle specifikace systému GPS [10] se družice pohybují po drahách s inklinací 55° . Z dekodovaných navigačních zpráv lze určit, že inklinace u jednotlivých družic se pohybuje mezi 52° až 58° .

Dráha družice protíná rovinu rovníku ve dvou bodech, tzv. uzlech. Uzel, ve kterém přechází družice z jižního poloprostoru do severní, je vzestupný. Uzel, kde přechází

družice ze severního poloprostoru do jižního, je sestupný. Spojením uzlových bodů vznikne uzlová přímka. Pro určení roviny je třeba určit polohu uzlové přímky vůči nějakému bodu ve vesmíru. Proto je definován tzv. jarní bod, tj. místo, kde se nachází Slunce v okamžiku jarní rovnodennosti. Úhel, který svírá uzlová přímka se směrem k jarnímu bodu, je druhým parametrem určujícím polohu roviny dráhy a nazývá se délka vzestupného uzlu Ω (viz obrázek 15).



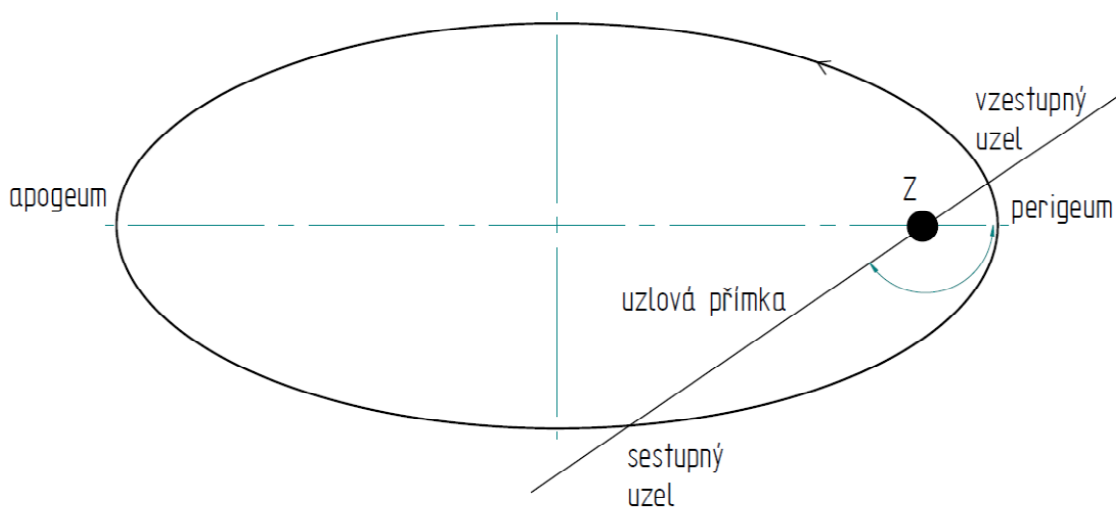
Obr. 15: Rovina dráhy družice

Země nemá tvar přesné koule, ale spíše elipsoidu, proto gravitační pole je značně nerovnoměrné. Tento fakt má značný vliv na oběžné dráhy těles a způsobuje změnu některých parametrů dráhy. Nejvýrazněji se projevuje právě u délky vzestupného uzlu, kdy způsobuje stáčení roviny dráhy, tzv. regrese uzlů. Tu lze určit podle vztahu [5]:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} J_2 \cdot n \frac{R_0^2 \cdot \cos i}{a^2 (1-e^2)^2}, \quad (2.15)$$

kde J_2 je tzv. druhý zonální koeficient, pro Zemi $J = 1,08263 \cdot 10^{-3}$ [5] a n je úhlová rychlost družice.

Posledním parametrem nutným pro určení trajektorie družice je natočení elipsy v rovině dráhy – argument perigea ω . Argument perigea je definován jako úhel mezi hlavní poloosou a uzlovou přímkou (viz obrázek 16).



Obr. 16: Natočení orbity v rovině dráhy.

Stejným způsobem ovlivňuje nerovnoměrné gravitační pole i argument perigea (precese přímky apsid) podle vztahu [5]:

$$\dot{\omega} = \frac{3}{2} J_2 \cdot n \frac{R_0^2 (5 \cdot \cos^2 i - 1)}{2 \cdot a^2 (1 - e^2)^2} \quad (2.16)$$

Ze vztahů pro precesi a regresi je patrné, že rychlost stáčení je závislá na inklinaci dráhy. Pro polární dráhy, jejichž inklinace je 90° , je regrese uzlů nulová. Při mírném sklonu se dá dosáhnout stavu, kdy rychlost stáčení je rovna $360^\circ/365$ za den. Při této rychlosti se změní poloha uzlů o 360° za jeden rok. Směr této dráhy se vzhledem ke Slunci nemění a nazývá se synchronní se Sluncem [5].

Druhý zajímavý příklad nastává pro inklinaci $63,4^\circ$ [5], kdy nedochází k precesi přímky apsid. Této dráhy se s výhodou používá u družic na geostacionárních drahách, jejichž úhlová rychlost je stejná jako úhlová rychlost Země, a proto se pohybují stále nad jedním bodem Země.

2.2.3. Predikce polohy družice

Pokud jsou dány délka hlavní poloosy, excentricita, pravá anomálie, inklinace, délka vzestupného uzlu a argument perigea je možné určit souřadnice družice. V navigačních zprávách však není přenášena informace o pravé anomálii, ale časový údaj vztažený k nějakému známému bodu (např. perigeu) a pravá anomálie je dopočítávána.

Nejdříve je nutné z délky hlavní poloosy určit střední pohyb, který vyjadřuje úhlovou rychlost družice [10]:

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}, \quad (2.17)$$

kde $\mu = 3,986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ je gravitační parametr Země a A je délka hlavní poloosy.

Z úhlové rychlosti a času od průchodu družice referenčním bodem lze dopočítat vzdálenost družice od referenčního bodu v radiánech. Předtím je však nutné provést korekci pomocí parametru Δn [10]:

$$n = n_0 + \Delta n. \quad (2.18)$$

Časový údaj přenášený v navigační zprávě určuje časový interval od počátku GPS týdne do vytvoření navigační zprávy. Za referenční bod se považuje perigeum. V počátku GPS týdne se družice s velkou pravděpodobností v tomto bodě nenacházela. Proto je v navigační zprávě přenášen údaj M_0 , který určuje hodnotu střední anomálie v počátku GPS týdne, tedy v čase $t_k = 0$ s. Výpočet střední anomálie lze provést podle vztahu [10]:

$$M_k = M_0 + n t_k. \quad (2.19)$$

Střední anomálie však odpovídá vzdálenosti od perigea jen v případě, že je dráha družice kruhová. Pro eliptické dráhy, kde podle druhého Keplerova zákona rychlost družice není konstantní, je nutné přepočítat střední anomálii M_k na pravou anomálii f_k podle vztahu:

$$f_k = \arctan \left(\frac{\frac{\sqrt{1-e^2} \sin E_k}{1-e \cos E_k}}{\frac{\cos E_k - e}{1-e \cos E_k}} \right), \quad (2.20)$$

kde e je excentricita a E_k excentrická anomálie. Excentrickou anomálii lze získat řešením Keplerovy rovnice [10]:

$$M_k = E_k - e \sin E_k. \quad (2.21)$$

Jedná se o transcendentní rovnici, jejíž řešení lze získat iterací. V prvním kroku je nutné převést rovnici do tvaru:

$$E_k = M_k + e \sin E_k. \quad (2.22)$$

Nyní je možné za E_k na pravé straně dosadit hodnotu M a vypočítat E_{k1} . Nově vypočítané E_{k1} se dosadí do rovnice na pravé straně a vypočte se E_{k2} . Celý postup se opakuje tak dlouho, dokud neplatí $|E_{kn} - E_{kn+1}| < \delta$, kde δ je chyba stanovená podle požadované přesnosti výpočtu. Řešení Keplerovy rovnice konverguje velmi rychle, většinou stačí méně než 10 kroků.

Pokud je známa pravá anomálie, je možné excentrickou anomálii určit podle vztahu [10]:

$$E_k = \arccos \left(\frac{e + \cos f_k}{1 + e \cos f_k} \right). \quad (2.23)$$

Před dalším výpočtem je nutné určit argument šířky Φ_k , jako součet pravé anomálie f_k a argumentu perigea ω [10]:

$$\Phi_k = f_k + \omega . \quad (2.24)$$

Pro argument perigea, délku průvodiče a inklinaci se určí korekční parametry podle vztahů [10]:

$$\begin{aligned} \delta u_k &= C_{us} \sin(2\Phi_k) + C_{uc} \cos(2\Phi_k) \\ \delta r_k &= C_{rs} \sin(2\Phi_k) + C_{rc} \cos(2\Phi_k) \\ \delta i_k &= C_{is} \sin(2\Phi_k) + C_{ic} \cos(2\Phi_k) . \end{aligned} \quad (2.25)$$

Nyní je možné určit parametry dráhy - argument perigea ω_k , délku průvodiče r_k a inklinaci [10]:

$$\begin{aligned} \omega_k &= \Phi_k + \delta u_k \\ r_k &= A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k , \\ i_k &= i_0 + (IDOT)t_k + \delta i_k \end{aligned} \quad (2.26)$$

kde $IDOT$ vyjadřuje změnu inklinace dráhy v rad/s. Z délky průvodiče r_k a argumentu perigea u_k lze vypočítat souřadnice družice na orbitě x'_k a y'_k [10]:

$$\begin{aligned} x'_k &= r_k \cdot \cos \omega_k \\ y'_k &= r_k \cdot \sin \omega_k \end{aligned} \quad (2.27)$$

Před výpočtem konečných souřadnic družice je třeba určit korekce posledního parametru dráhy a to délky vzestupného uzlu Ω_k . Pro korekce je nutné počítat s tím, že se Země otáčí s úhlovou rychlostí Ω_e . K tomu je nutné připočítat regresy uzlů $\dot{\Omega}$. Dále jsou nutné dva časové údaje a to referenční čas efemeridy t_{oe} a čas uplynulý od referenčního času efemeridy do okamžiku měření t_k . Výsledný vztah pro výpočet délky vzestupného uzlu má tvar [10]:

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \Omega_e)t_k - \Omega_e \cdot t_{oe} . \quad (2.28)$$

Nyní již lze určit souřadnice družice x_k, y_k, z_k podle vztahů:

$$\begin{aligned} x_k &= x'_k \cos \Omega_k - y'_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ y_k &= x'_k \sin \Omega_k - y'_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ z_k &= y'_k \sin i_k \end{aligned} . \quad (2.29)$$

2.2.4. Určení vzdálenosti mezi družicí a GPS přijímačem

Z vytvořených navigačních zpráv lze určit souřadnice družic x_d, y_d, z_d . Pro druhý bod (místo kde se nachází GPS přijímač) je nutné přepočítat geodetické souřadnice na kartézské. K přepočtu lze použít tyto vztahy [11]:

$$\begin{aligned}x &= (\rho + H) \cos \varphi \cos \lambda \\y &= (\rho + H) \cos \varphi \sin \lambda \\z &= \left[(1 - e^2) \rho + H \right] \sin \varphi\end{aligned}\quad (2.30)$$

kde φ je zeměpisná geodetická šířka, λ zeměpisná geodetická délka, H výška nad referenčním geoidem měřená po normále, e je excentricita a ρ je příčný poloměr křivosti elipsoidu, pro který lze určit [11]:

$$\rho = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.31)$$

Pro účely navigace se využívá řada geodetických souřadných systémů, lišících se jen parametry referenčních geoidů. Geoid je definován délkou hlavní poloosy a a zploštěním f , které je dáno výrazem [11]:

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (2.32)$$

kde b je délka vedlejší poloosy. U GPS přijímačů se používá jako primární systém WGS-84 (*World Geodetic System*). Jeho parametry, spolu s parametry dalších systémů, jsou uvedeny v tabulce 10.

Tab. 10: Parametry nepoužívanějších elipsoidů

Systém	a [m]	1/f [-]
WGS-84	6378137,0	298,257223563
Besselův	6377397,15508	299,152812853
Krasovského	6378245,0	298,3
Hayfordův	6378388,0	297,0

Pokud jsou známy kartézské souřadnice polohy přijímače a družice, je možné určit vzdálenost a časové zpoždění signálu mezi družicí a přijímačem podle vztahů:

$$\begin{aligned}d &= \sqrt{(x_d - x)^2 + (y_d - y)^2 + (z_d - z)^2} \\ \tau &= d \cdot c\end{aligned}\quad (2.33)$$

kde d je vypočtená vzdálenost, x_d, y_d, z_d souřadnice družice, x, y, z souřadnice přijímače, τ zpoždění signálu mezi družicí a přijímačem a c rychlost šíření elektromagnetických vln.

2.3. Dopplerův jev

Jak bylo řečeno v předchozích kapitolách, družice GPS systému se nepohybují po geostatické dráze, tudíž vzdálenost mezi pozorovatelem na povrchu Země a družicí se neustále mění. Změna vzdálenosti může být způsobena i pohybem pozorovatele na Zemi, ale vzhledem k rychlosti družice, pohybující se rychlostí přibližně 11 300 km/hod [1], je téměř zanedbatelná. Tato změna vzdálenosti mezi družicí a pozorovatelem způsobuje změnu frekvence signálu tzv. Dopplerův posun. Ten je pro přibližující se družici kladný (dochází ke zvýšení kmitočtu) a pro vzdalující se družici záporný

(dochází ke snížení kmitočtu). Přesnou hodnotu Dopplerova posunu lze vypočítat podle vztahu [5]:

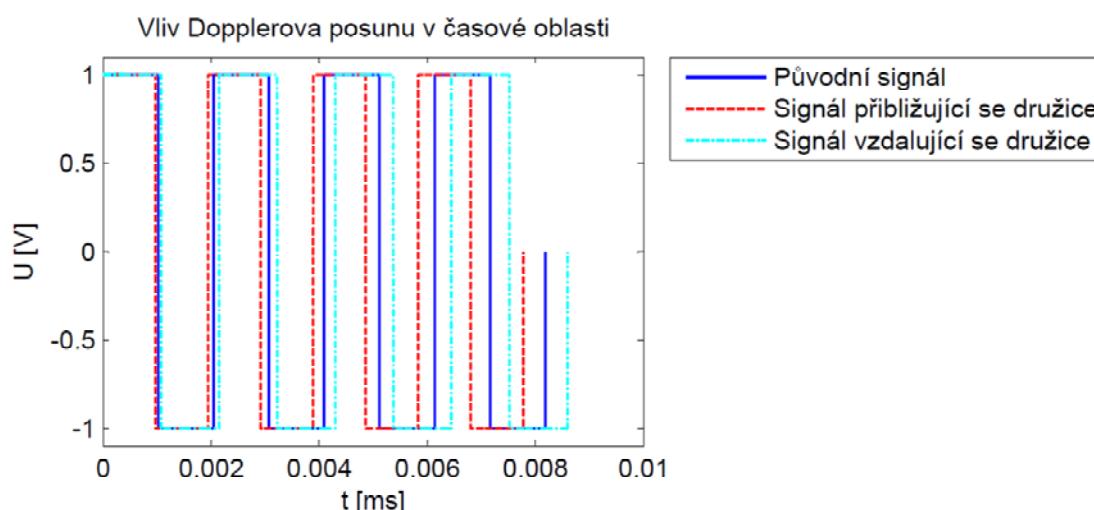
$$DP = \frac{f \cdot v \cdot \cos \Theta}{c}, \quad (2.34)$$

kde DP je vypočtený Dopplerův posun v Hz , f je frekvence vysílaného signálu v Hz , Θ je úhel mezi vektorem rychlosti a směrem k pozorovateli, c rychlost šíření elektromagnetických vln a v je rychlost družice určená podle vztahu:

$$v = \sqrt{\frac{M \cdot G}{r}}, \quad (2.35)$$

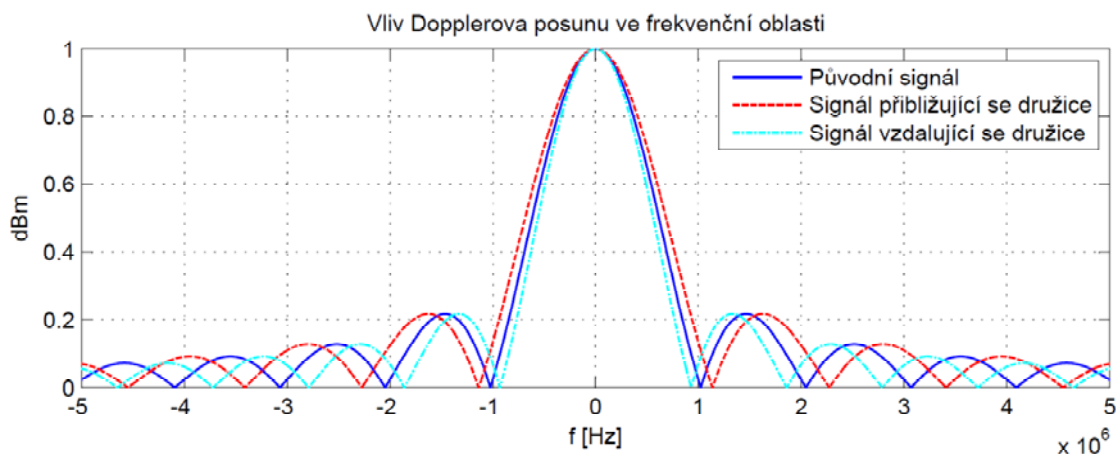
kde $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ je hmotnost Země, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ je gravitační konstanta a r je délka průvodiče.

Co se děje se signálem postiženým Dopplerovým posunem je znázorněno na obrázku 17. Modrý signál je vysílán družicí. Pokud se družice k pozorovateli přibližuje, zmenšuje se vzdálenost mezi pozorovatelem a družicí a signál je „zhušťován“. Klesá perioda a zvětšuje se jeho frekvence. V případě, že se družice od pozorovatele vzdaluje je signál „natahován“. Jeho perioda se zvětšuje a kmitočet klesá.



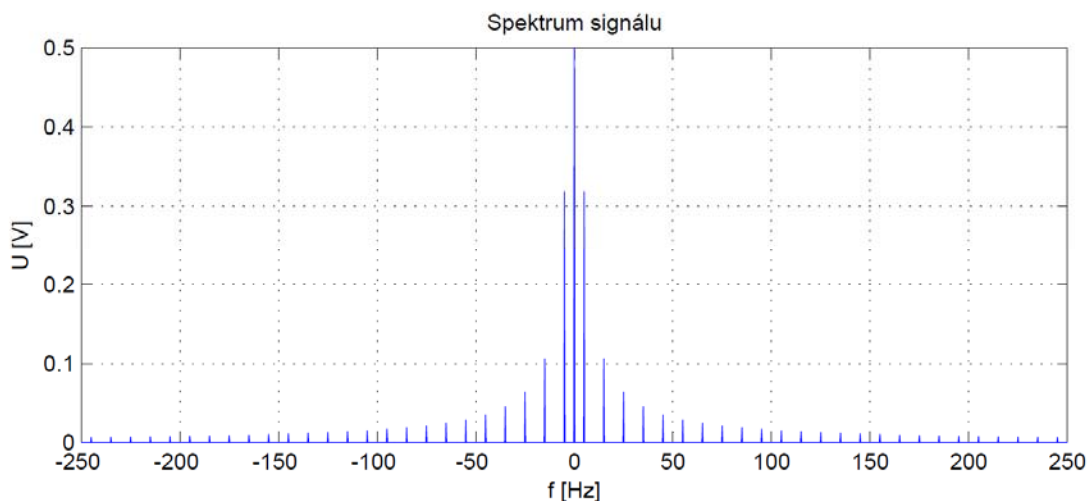
Obr. 17: Dopplerův posun v časové oblasti

Jakým způsobem je ovlivněno spektrum, je vidět na obrázku 18. Stejně tak jako v časové oblasti dochází k „natažení“ nebo „zhušťování“, ve frekvenční oblasti se projeví pohyb družic roztažením nebo komprimací spektra. Spektrum původního signálu je znázorněno modrou barvou. Má tvar funkce *sinc* s minimy v násobcích 1,023 MHz. Pro vzdalující se družici dochází k poklesu frekvence a minima spektra se posouvají směrem k nulovému kmitočtu, tak jak je znázorněno světle modrou barvou. Červené spektrum patří družici, která se přibližuje. U této družice dochází k posunu minim na vyšší kmitočty.

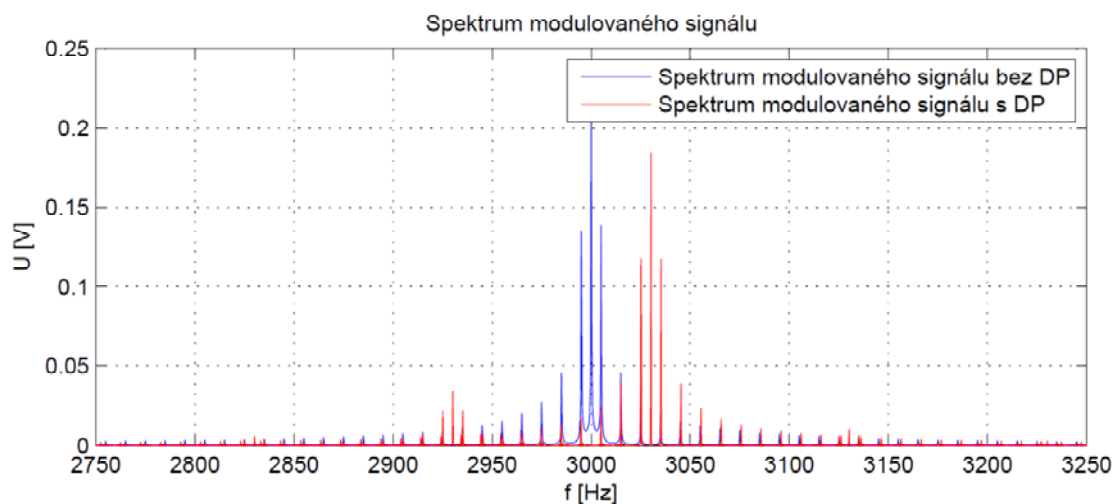


Obr. 18: Posun minim spektra GPS signálu

Dopplerův posun způsobuje problémy především při demodulaci signálu. Pro správné demodulování musí být frekvence nosné vlny, generované na straně přijímače, shodná s frekvencí nosné vlny u vysílače. Co se stane po demodulaci, pokud není přesně obnovena nosná vlna, je znázorněno na obrázcích 19 až 21. Na obrázku 19 je zobrazeno spektrum obdélníkového signálu o frekvenci 10 Hz. Následně byl tento signál modulován pomocí BPSK modulace na frekvenci 3 kHz. Tvar jeho spektra je stejný, jen bylo posunuto na frekvenci nosné vlny (viz obrázek 20). Pomocí funkce *resamples* v Matlabu byl na signálu simulován Dopplerův posun o 30 Hz, tzn. případ, kdy se vzdálenost mezi družicí a pozorovatelem zmenšuje. Mimo jev, který byl popsán v předchozím odstavci, je signál posunut o 30 Hz od frekvence nosné vlny (viz obrázek 20).

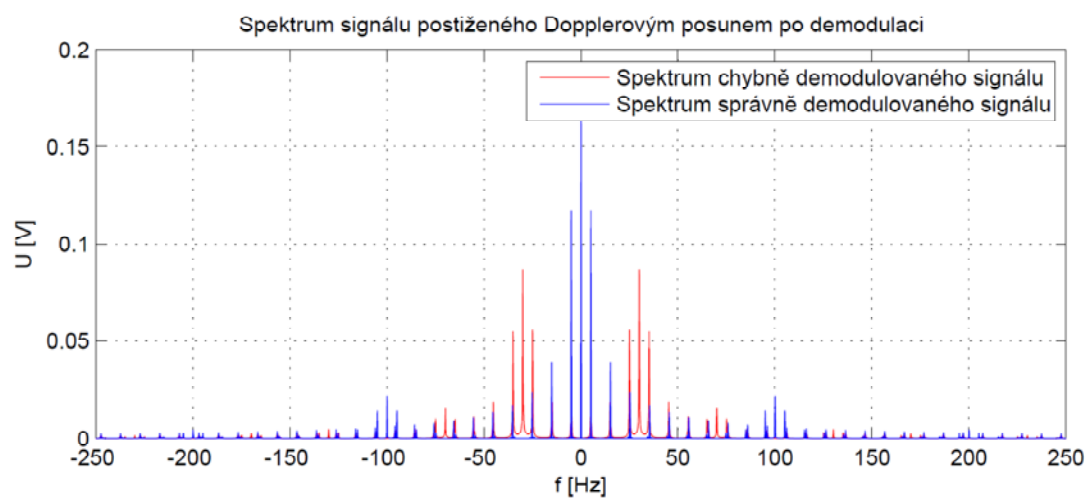


Obr. 19: Spektrum obdélníkového signálu o frekvenci 10 Hz



Obr. 20: Spektrum signálu modulovaného na nosnou o frekvenci 3 kHz

Pokud je tento signál demodulován nosnou o kmitočtu 3 kHz, je signál posunut na kmitočet 30 Hz (viz obrázek 21). Pro správnou demodulaci je třeba použít v přijímači obvod pro obnovení nosné, který upraví frekvenci podle Dopplerova posunu (nejčastěji Costasova smyčka, PLL).



Obr. 21: Spektrum signálu po demodulaci

3. Generování GPS signálu v prostředí Matlab

Program pro vytvoření GPS signálu se skládá z těchto hlavních funkcí:

- stažení dat ze serveru celestrak.com (funkce *download*),
- generování dat pro navigační zprávy (funkce *gen50bps_data*),
- vytvoření navigačních zpráv (funkce *navigacni_zprava*),
- predikce polohy družic (funkce *predikce*),
- výběr čtyř vhodných družic (funkce *vyber*),
- určení časového zpoždění signálů mezi družicemi a GPS přijímačem a výpočet Dopplerova posunu (funkce *zpozdeni*),
- generování Goldovy posloupnosti (funkce *CACodeGen*),
- rozprostření navigačních zpráv Goldovými posloupnostmi (funkce *signal_gen*)
- zpoždění signálů z jednotlivých družic a Dopplerův posun (funkce *signal_gen*),
- součet signálů družic (funkce *signal_gen*).

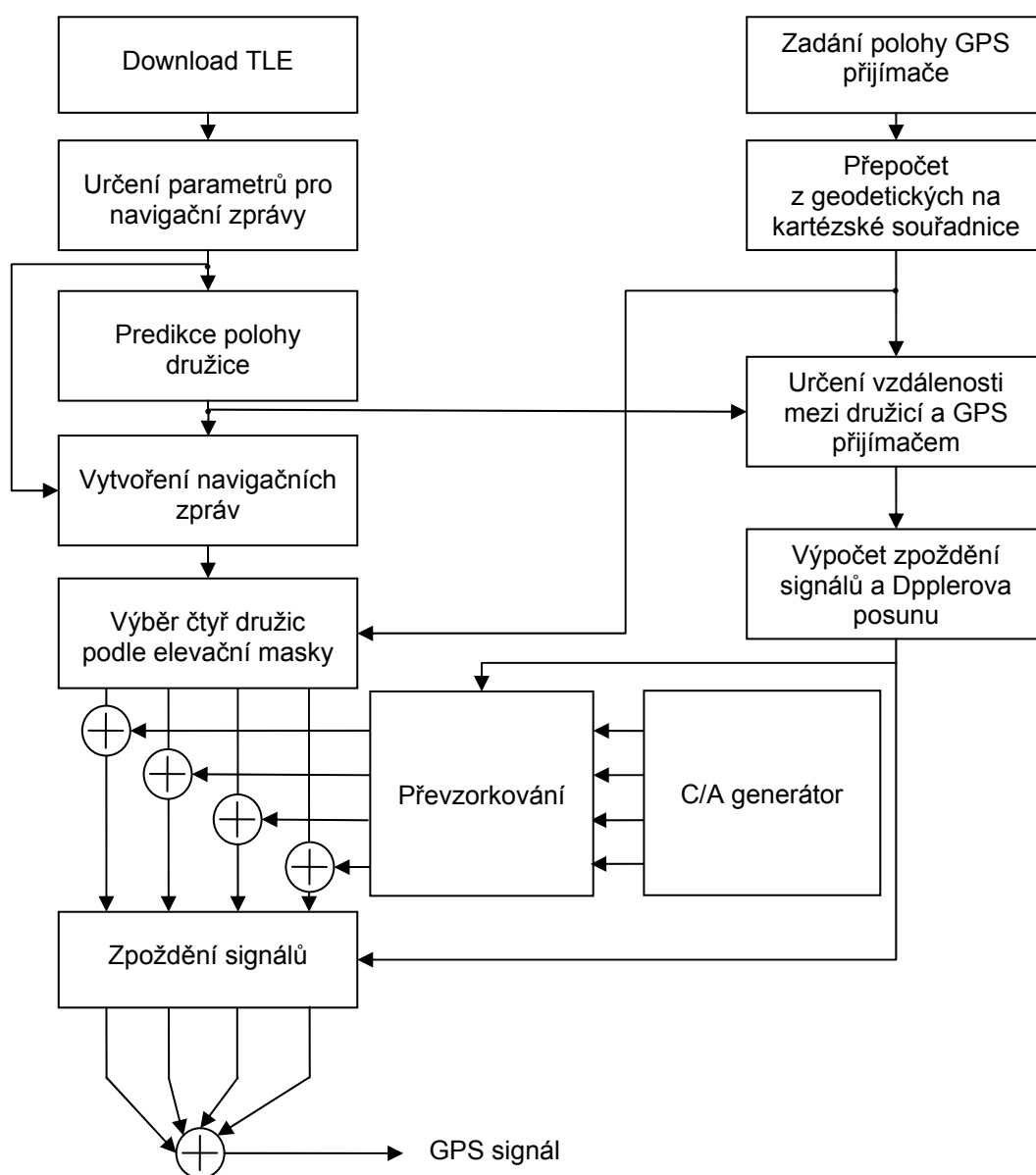
Blokové schéma programu je znázorněno na obrázku 22. Výstupem je signál 4 zvolených družic se vzorkovací frekvencí 4 MS/s. Původní záměr generovat signál v reálném čase, nebyl realizován z důvodu vysoké výpočetní náročnosti. Pro spuštění programu je třeba počítač s připojením k internetu (stažení dat o oběžných drahách družic), s minimálně 8 GB RAM pamětí a alespoň 13 GB volného místa na pevném disku. Program byl vytvořen ve verzi Matlabu R2011b. Na starších verzích nemusí být funkční.

Mimo funkce popsané výše, je součástí programu několik menších funkcí, které nejsou v blokovém schématu znázorněny:

- *bin2hex* – přepočítání z binární do hexadecimální soustavy,
- *geo2xyz* – přepočítání z geodetických souřadnic na kartézské souřadnice,
- *GPStime_convert* – výpočet GPS času a čísla GPS týdne,
- *Keplers_equation* – řešení Keplerovy rovnice,
- *parita* – generování paritních bitů,
- *ulozeni* – uložení vygenerovaných navigačních zpráv,
- *zobrazeni* – vykreslení polohy družic a oběžných drah.

Spuštění programu se provádí v souboru *main.m*. Zde se zadají parametry pro generovaný signál. Poloha přijímače se zadá v geodetických souřadnicích. Pro zeměpisnou šířku platí, že kladné hodnoty odpovídají severní šířce a záporné jižní šířce. U délky jsou kladné hodnoty pro východní délku a záporné pro západní délku. Nadmořská výška je zadána v metrech. Druhým parametrem je čas, pro který mají být zprávy generovány.

Po spuštění program vytvoří soubor *signal.dat*, v kterém je uložen GPS navigační signál o délce 12,5 minuty. Tato délka odpovídá celé kompletní navigační zprávě, tedy všem 25 stránkám. V souborech *50bps_bin_SVN-.dat* jsou uloženy navigační zprávy GPS družic v binární podobě a v *50bps_hex_SVN-.txt* v hexadecimálním tvaru.



Obr. 22: Blokové schéma programu pro generování GPS signálu

3.1. Vytvoření navigační zprávy

Pro vytvoření navigačních zpráv jsou použita reálná data o efemeridách, zveřejněná na webových stránkách www.celestrak.com. Data jsou měřena pomocí antén a publikována organizací NORAD. Pro zápis elementů k oběžným drahám družic je použit dvouřádkový formát TLE (*Two-Line Element*). Elementy pro jednu družici mají tento tvar [5]:

```

1 AAAAAU LLLLLL BBBB.BBBBBBBB .CCCCCCCC 00000-0 00000-0 0 DDDZ
2 AAAAA EEE.EEEE FFF.FFFF GGGGGGG HHH.HHHH III.IIII JJ.JJJJJJJJ KKKKKZ

```

a jejich význam je popsán v tabulce 11. Zde je dvouřádkový zápis pro GPS družici s PRN 32:

GPS BIIA-10 (PRN 32)

```
1 20959U 90103A 11358.96279475 .00000015 00000-0 10000-3 0 3999
2 20959 54.5993 245.7827 0121581 321.8902 37.3443 2.00550776154376
```

Tab. 11: Elementy dvouřádkového zápisu

Prvky určující orbitu družice		
EEE.EEEE	Inklinace	54,5993°
FFF.FFFF	Délka vzestupného uzlu	245,7827°
GGGGGGG	Excentricita (pouze desetinná část)	0,0121581
HHH.HHHH	Argument perigea	321,8902°
JJ.JJJJJJJ	Střední pohyb	2,00550776 obletů/den
Prvky určující polohu družice na orbitě		
III.IIII	Střední anomálie	37,3443°
BBBBB.BBBBBBB	Časový údaj ke střední anomálii	11358,96279475
Korekce pohybu družice		
.CCCCCCCC	Zrychlení středního pohybu	0,00000015 obletů/den ²
Doplňkové informace		
AAAAA	Číslo katalogu	20959
DDD	Číslo souboru v daném katalogu	399
KKKKK	Číslo obletu družice	15437
Z	Kontrolní součet	9 (6)

Pro použití do navigačních zpráv je třeba tyto elementy nejdříve převést na správný rozměr. Elementy vyjádřené ve stupních na rozměr semi-circles vydělením 180. V těchto elementech není informace o velikosti hlavní poloosy, tento parametr dráhy je však přes 3. Keplerův zákon svázán s dobou oběhu družice kolem Země. Pro výpočet hlavní poloosy je nutné nejdříve určit oskulační periodu podle vztahu [5]:

$$P = \frac{86400}{MM}, \quad (3.1)$$

kde 86400 je délka dne v sekundách a MM je střední pohyb v počtu obletů za den. Nyní lze z 3. Keplerova zákona odvodit vztah pro délku hlavní poloosy [5]:

$$a = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{P}{2\pi} \right)^2}, \quad (3.2)$$

kde μ je gravitační parametr, který je pro Zemi $3,986005 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$.

V časovém údaji pro střední anomálii první dvě číslice určují rok, následující tři číslice pořadí dne v roce a desetinná část časového okamžiku v tomto dni. Pro družici výše lze tedy určit datum a čas na 24.12.2011 23 hod 6 min a 25 s. V navigačních zprávách, generovaných na družici, je však časový údaj vztažen k počátku dané epochy.

Vyjadřuje počet sekund od půlnoci ze soboty na neděli. Pro tento příklad je časový údaj $t_{oe} = 601\ 585\ s$.

Navigační zprávy obsahují řadu korekčních parametrů, viz kapitola 1.4. Tyto parametry nejsou obsaženy v dvouřádkovém formátu, proto jsou v Matlabu generovány jako náhodná čísla. Ve slovech s rezervními bity se střídají log. 1 s log. 0. Po vytvoření každého slova je k němu přidáno 6 paritních bitů, generovaných podle vztahů v kapitole 2.1.

Generování navigačních zpráv je realizováno funkcemi *download*, *gen50bps_data*, *navigacni_zprava* a *parita*. Poté jsou vygenerovaná data uložena v binárním a hexadecimálním tvaru pomocí funkce *ulozeni*. Hexadecimální data mají stejný tvar jako data získaná pomocí GPS přijímače Leadtek LR9450, aby bylo možné, při dekódování stejným postupem jako u dat získaných GPS přijímačem, zjistit správnou funkci programu. Binární slova jsou převedena na hexadecimální funkcí *bin2hex* tak, že na začátek každého slova jsou přidány dva nulové bity. Slovo je rozděleno po čtyřech bitech a každá čtveřice je postupně převedena do šestnáctkové soustavy. Jeden zakódovaný podrámec pro družici SVN13 má tento tvar:

```
22C2642B 16843D44 35C012A3 3B4D6205 0476F293 3FFE6E61 30E6F2FB
1FF4D78B 3CA11A48 1F1CDFDC.
```

Po odstranění paritních bitů a úvodních dvou nulových bitů má podrámec tento tvar:

```
Slovo 1: 1000 1011 0000 1001 1001 0000
Slovo 2: 0010 0011 1001 0000 0000 1001
Slovo 3: 1101 0111 1000 0010 1001 1111
Slovo 4: 0010 0000 1110 0011 1101 0000
Slovo 5: 1011 0101 0110 0011 1001 1011
Slovo 6: 1000 0000 0000 0011 0000 0010
Slovo 7: 0110 1011 0111 1111 1010 1010
Slovo 8: 1000 0000 0100 1000 1010 0001
Slovo 9: 0000 1101 0111 1010 0101 0010
Slovo 10: 0001 1010 1010 1100 0111 1101
```

Při použití stejného postupu jako u dekódování dat v kapitole 2.1 lze určit, že jde o druhý podrámec (tučně zvýrazněné bity). Data z toho podrámece byla získána z tohoto dvouřádkového zápisu:

```
GPS BIIR-2 (PRN 13)
1 24876U 97035A 12120.26448797 -.00000018 00000-0 10000-3 0 708
2 24876 56.4990 300.8723 0047264 113.9997 246.5036 2.00562277108238
```

V tabulce 12 jsou porovnávána dekódovaná data s daty získanými z dvouřádkového zápisu. Tímto byla ověřena správná funkce části programu pro generování navigačních zpráv.

Tab. 12: Ukázka dekódovaných dat z vytvořených navigačních zpráv

Param.	Binárně	Dekódováno	z TLE
C _{rs}	1000 0010 1001 1111	-1003,0	-
Δn	0010 0000 1110 0011	-1,1785·10 ⁻⁹	1,8·10 ⁻⁹
M ₀	1101 0000 1011 0101 0110 0011 1001 1011	246,5036	246,5036
C _{uc}	1000 0000 0000 0011	-6,1030·10 ⁻⁵	-
e	0000 0010 0110 1011 0111 1111 1010 1010	0,0047264	0,0047264
C _{us}	1000 0000 0100 1000	-6,0901·10 ⁻⁵	-
A ^{1/2}	1010 0001 0000 1101 0111 1010 0101 0010	5153,7	5153,7
t _{oe}	0001 1010 1010 1100	109248	-

3.2. Výpočet polohy a výběr družic

Predikce polohy družic je realizována postupem popsáním v kapitole 2.2.3 funkcí *predikce*. Polohy družic jsou určeny v čase, který se zadává do skriptu *main.m*. Při výpočtu je třeba řešit Keplerovu rovnici. Jedná se o transcendentní rovnici řešenou iterací ve skriptu *Keplers_equation.m*. Po výpočtu poloh družic a parametrů jejich oběžných drah je spuštěna funkce *zobrazeni*, která vykreslí rozmístění družic a jejich oběžné dráhy (viz obrázek 23).

Pro výpočet polohy v systému GPS stačí, pokud má přijímač k dispozici signály alespoň čtyř družic. Skript pro výběr družic (*vyber.m*) určí elevaci a azimut ke každé družici. Elevace je určena jako odchylka vektorů:

$$\begin{aligned}\bar{u} &= [x_s - x_d, y_s - y_d, z_s - z_d] \\ \bar{v} &= [x_p - x_d, y_p - y_d, z_p - z_d],\end{aligned}\tag{3.3}$$

kde $[x_s, y_s, z_s]$ jsou souřadnice středu Země (střed Země leží v počátku souřadného systému), $[x_d, y_d, z_d]$ je poloha družice a $[x_p, y_p, z_p]$ je poloha pozorovatele na povrchu Země. Elevace družice je vypočtena podle vztahu:

$$\delta = 90^\circ - \arccos\left(\frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}\right).\tag{3.4}$$

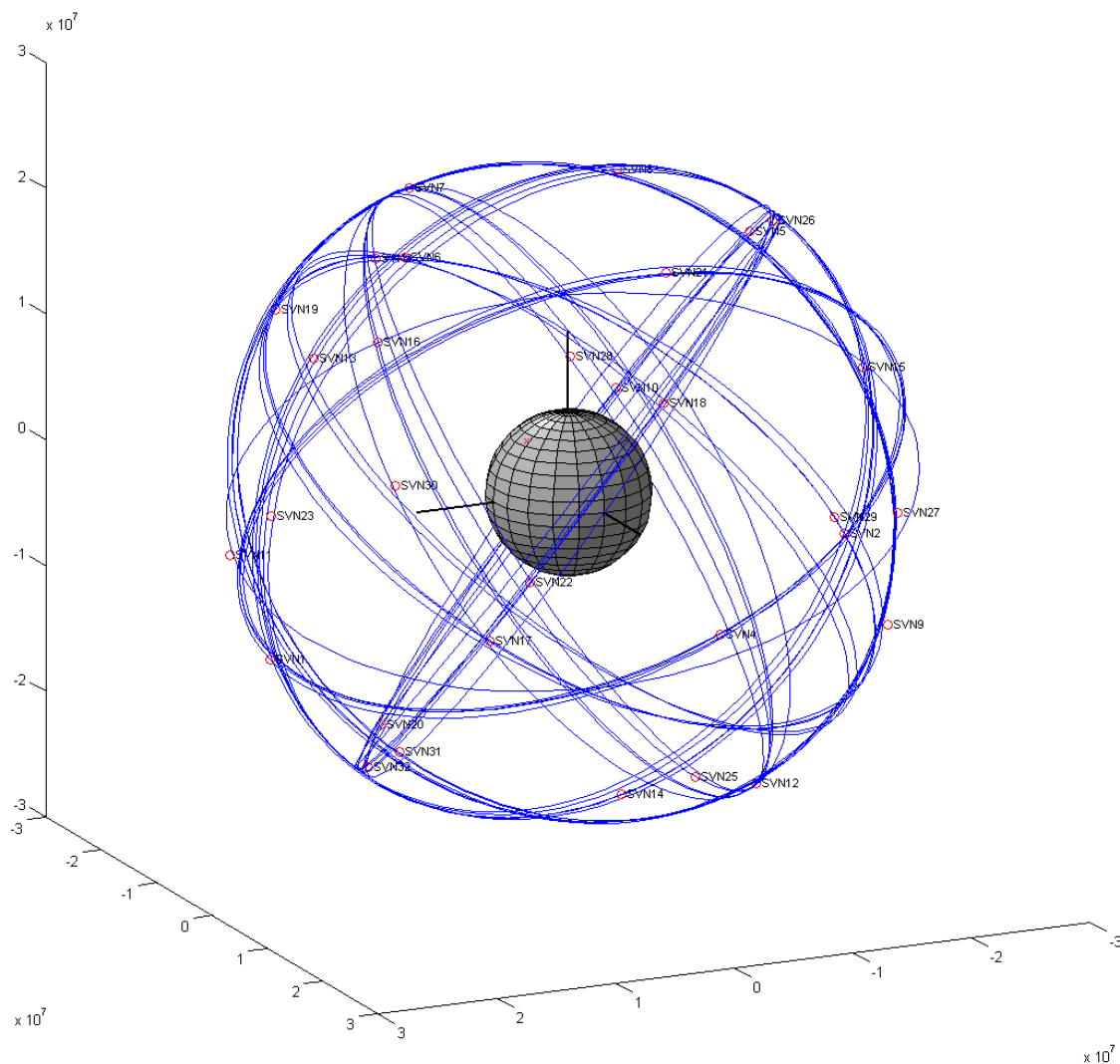
Podle podobného vztahu lze určit i azimut k družici. Vektor \mathbf{u} však směřuje od středu souřadného systému na sever (kladný směr osy z) a vektor \mathbf{v} od místa kde se nachází pozorovatel směrem k družici. Azimut je vypočten podle vztahu:

$$a = \arccos\left(\frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}\right).\tag{3.5}$$

Odchylka vektorů vždy nabývá hodnot od 0° do 180°. Proto pro družice, nacházející se západně od pozorovatele, je třeba výsledek získaný v předchozím vztahu odečíst od 360°.

Poslední veličinou nutnou pro určení polohy družice je vzdálenost určená podle vztahu (2.33).

Po výpočtu poloh družic je vykresleno rozmístění družic kolem Země, tak jak je znázorněno na obrázku 23. Země je tvořena elipsoidem, jehož střed se nachází na nulových souřadnicích. Červeným křížkem je označena poloha pozorovatele, červenými kolečkami polohy družic a modře oběžné dráhy družic.



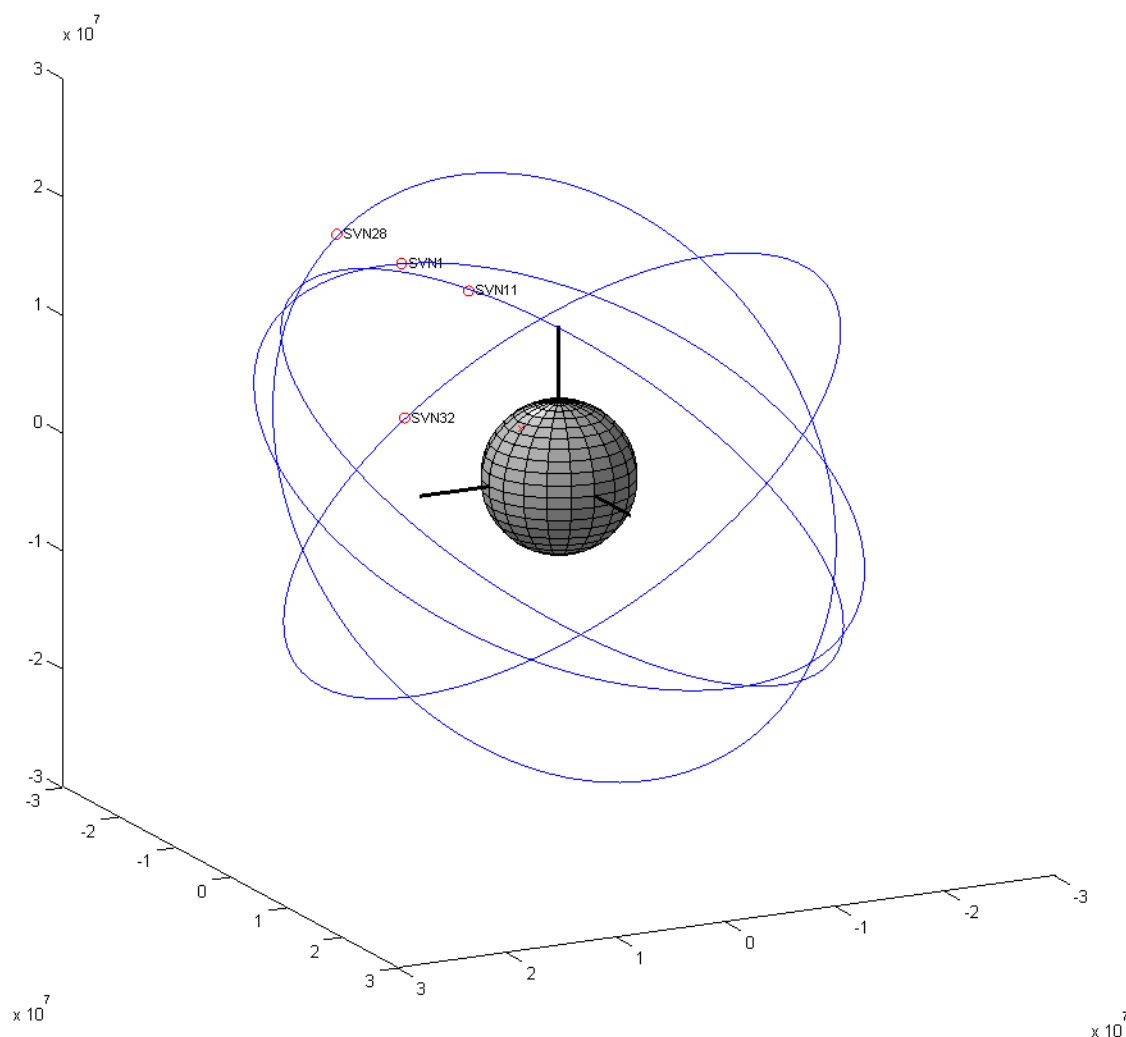
Obr. 23: Rozmístění družic kolem Země a jejich orbity

Následně jsou určeny viditelné družice. Za viditelné jsou považovány ty družice, jejichž elevace je větší než 5° . Do Command Window je proveden výpis těchto družic spolu s informacemi o jejich poloze:

```
08:44:49 Viditelné družice:
SVN      azimuth      elevace      vzdálenost
1         322.8°         85.8°       20202 km
11        40.9°        71.2°       20194 km
32        73.5°        53.1°       21054 km
28        312.8°       47.6°       21862 km
19        75.4°        42.2°       22040 km
20        266.8°       36.9°       22189 km
```

17	306.5°	24.6°	23468 km
14	57.7°	15.3°	24330 km
22	53.8°	7.3°	25106 km
27	312.1°	6.4°	25662 km

Čtyři družice s největší elevací jsou vybrány a použity pro generování navigačního signálu. Poloha těchto družic je opět vykreslena spolu s jejich oběžnými drahami (viz obrázek 24). Čtyři družice jsou voleny pro co nejnižší výpočetní náročnost a zároveň je to minimální počet družic potřebný pro výpočet polohy.

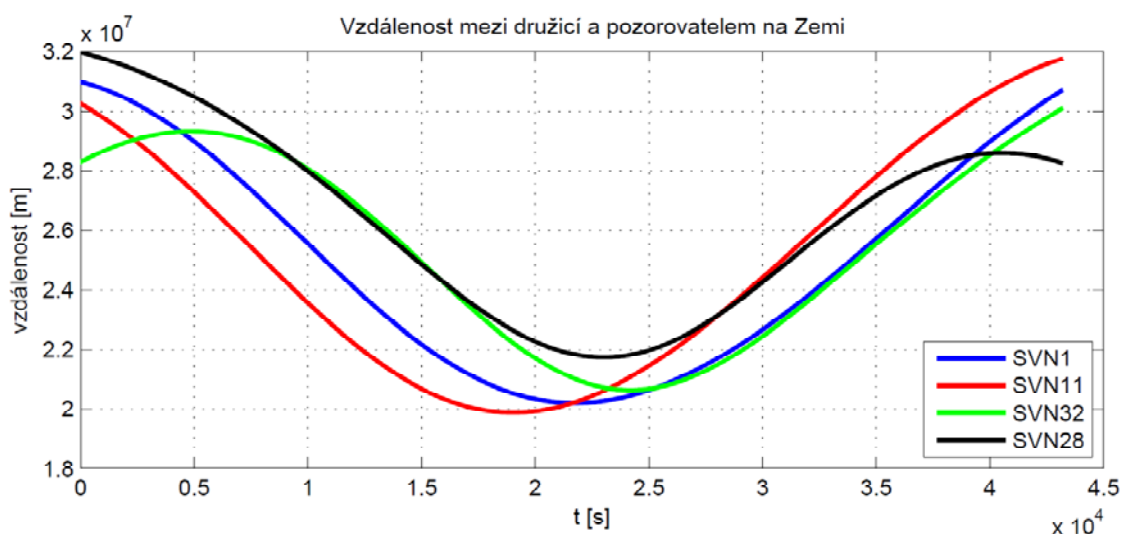


Obr. 24: Polohy družic použitých pro generování signálu

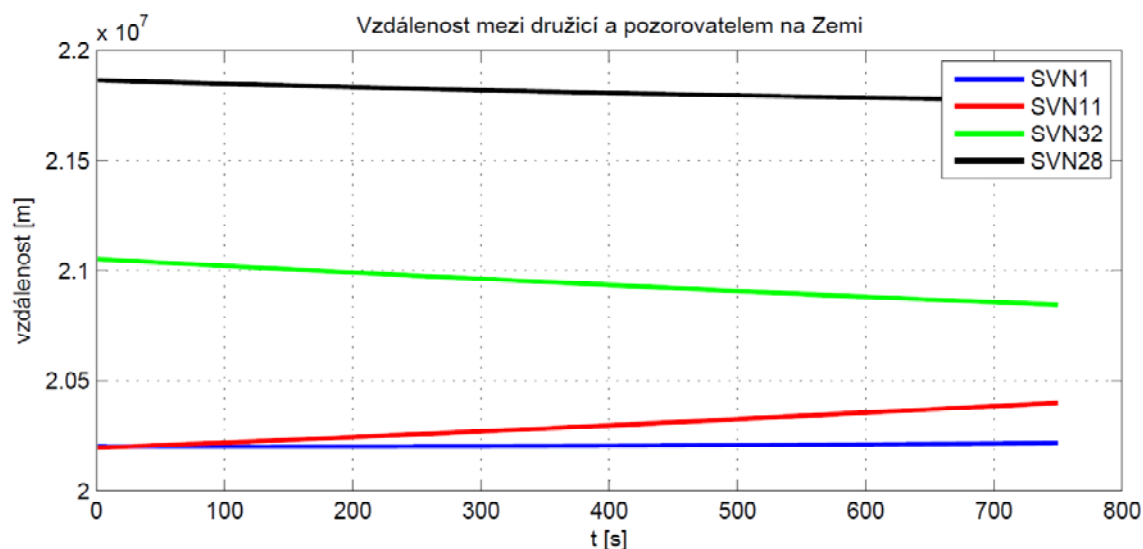
3.3. Zpoždění signálů a Dopplerův posun

Družice GPS systému jsou časově synchronní. Šířením signálu však dochází k různým zpožděním, závislým na vzdálenosti mezi družicí a pozorovatelem. Toto zpoždění se pohybuje mezi 65 až 80 ms. Při generování signálu o délce 12,5 minuty není toto zpoždění konstantní, ale mění se spolu se vzdáleností mezi družicí a pozorovatelem. Jak se mění vzdálenost družice-pozorovatel během jednoho obletu, je znázorněno pro čtyři družice vybrané v předchozí kapitole na obrázku 25. Družice jsou viditelné v čase od

15000 do 30000 sekund. Změna vzdálenosti má tvar funkce kosinus. Při délce navigační zprávy 12,5 minuty je však tato změna téměř lineární, tak jak je zobrazeno na obrázku 26.



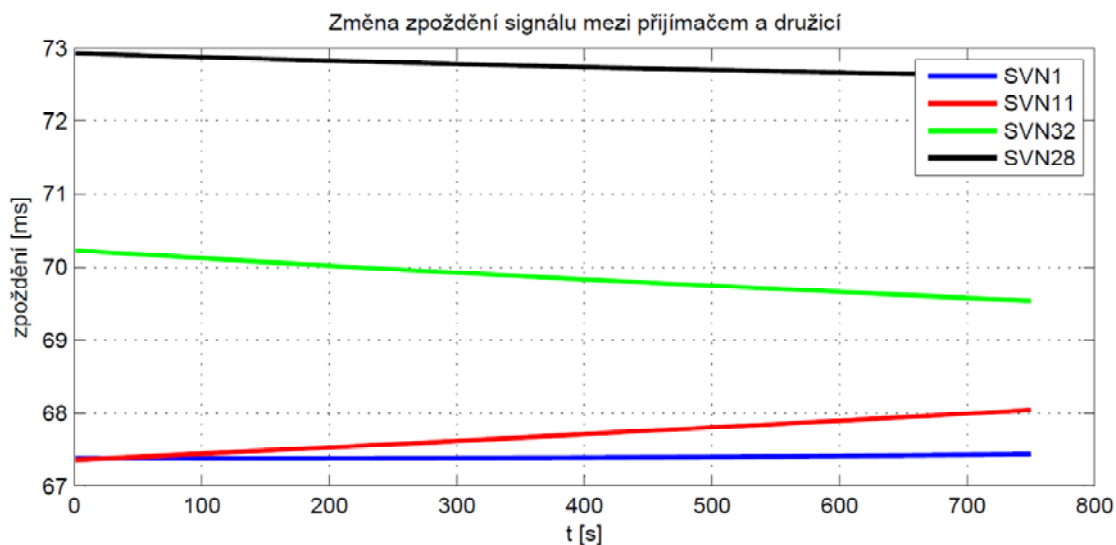
Obr. 25: Vzdálenost mezi družicí a pozorovatelem na Zemi pro jeden oblet Země



Obr. 26: Vzdálenost mezi družicí a pozorovatelem na Zemi během 12,5 minuty

Pro určení zpoždění signálu ze vzdálenosti je použit vztah (2.33). Stejně jako vzdálenost má pro krátký časový interval téměř lineární průběh. Z obrázku 27 je patrné, že družice se SVN 1 a 11 se od pozorovatele vzdalují (jejich Dopplerův posun je záporný) a družice SVN 28 a 32 se k pozorovateli přibližují (mají kladný Dopplerův posun). Pro výpočet Dopplerova posunu podle vztahu (2.34) je potřeba znát úhel mezi vektorem rychlosti a směrem k pozorovateli. Vektor rychlosti je tečna orbity družice a jeho velikost lze získat ze vztahu (2.35). Pro určení směru vektoru rychlosti je využito, že pro krátký časový interval lze dráhu aproximovat přímkou. Vektor rychlosti má potom stejný směr jako směrový vektor této přímky. Odchylku těchto vektorů lze určit podle vztahu:

$$\Theta = \arccos \left(\frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + u_3 \cdot v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} + \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}} \right) \quad 3.6$$



Obr. 27: Zpoždění signálu družice - pozorovatel

Po výpočtu zpoždění jsou vykresleny závislosti vzdálenosti a zpoždění na čase (viz obrázky 26 a 27) a v Command Window jsou vypsané Dopplerovy posuny pro vybrané družice:

08:44:56 Dopplerův posun:

SVN1	SVN11	SVN32	SVN28
-1629 Hz	-6551 Hz	8564 Hz	10867 Hz

3.4. Generování signálu

Pro generování signálů jsou použity navigační zprávy čtyř družic. Každá z těchto zpráv je rozprostřena příslušnou C/A posloupností a poté jsou signály všech družic aritmeticky sečteny. Při sečtení je však nutné respektovat vzájemná zpoždění mezi signály jednotlivých družic a Dopplerovy posuny.

Pro generování C/A posloupností slouží funkce *CACodeGen*. Vstupními parametry je SVN družice a vzorkovací frekvence. Vzorkovací frekvence je zadána jako celočíselný násobek základního kmitočtu 1,023 MHz (tzn. pro signál o vzorkovacím kmitočtu 4,096 MHz je jako vstupní parametr zadáno číslo 4). Pokud by byl pro rozprostření použit C/A kód vygenerovaný funkcí *CACodeGen*, výsledné dílčí signály by nebyly postiženy Dopplerovým posunem. Ten by musel být přidán po rozprostření. Při délce 12,5 minuty by však měl každý signál $3,072 \cdot 10^9$ vzorků. Zpracování takového signálu je však výpočetně velmi náročné. Proto je výhodnější zavést Dopplerův posun do C/A kódu již před rozprostřením. Pro snadnější následné zpracování je zároveň signál převzorkován z 4,096 MS/s na 4 MS/s.

Jak bylo vysvětleno v kapitole 2.3, při změně vzdálenosti mezi družicí a pozorovatelem dochází k „natahování“ nebo „smršťování“ signálů. Tento jev je realizován při převzorkování signálu. Pro převzorkování jsou použity funkce *timeseries* a *resample*. Funkce *timeseries* přiřadí ke každému vzorku čas. Bez Dopplerova posunu by byl vektor času vytvořen takto:

```
t = 0:1/fvz:1e-3-1/fvz;
```

kde *fvz* je vzorkovací kmitočet C/A kódu, tedy 4,096 MHz. Z obrázku 27 lze odečíst např. pro družice SVN32, že na počátku vysílání je zpoždění signálu 70,2236 ms a na konci 69,5343 ms. Během vysílání navigační zprávy musí být tento signál zkrácen o 0,6893 ms. Místo 750 s bude tento signál dlouhý jen 749,9993 s. Znamená to zkrátit C/A posloupnost o $0,6893/(750 \cdot 1000)$, to je o 91,903 ns. Při vzorkovacím kmitočtu 4,096 MHz je však rozestup mezi vzorky 244,14 ns, a proto se zkrácení o 91,903 ns na signálu nijak neprojeví.

Pro odstranění problému s krátkým časovým zpožděním C/A kódu je před převzorkováním vytvořena desetisekundová posloupnost C/A kódu. Pro takto dlouhý signál je změna jeho délky 9,1903 μ s. Pokud se označí změna délky jako *zm* a počet vzorků C/A kódu jako *delka*, lze časový vektor vytvořit a signál převzorkovat takto:

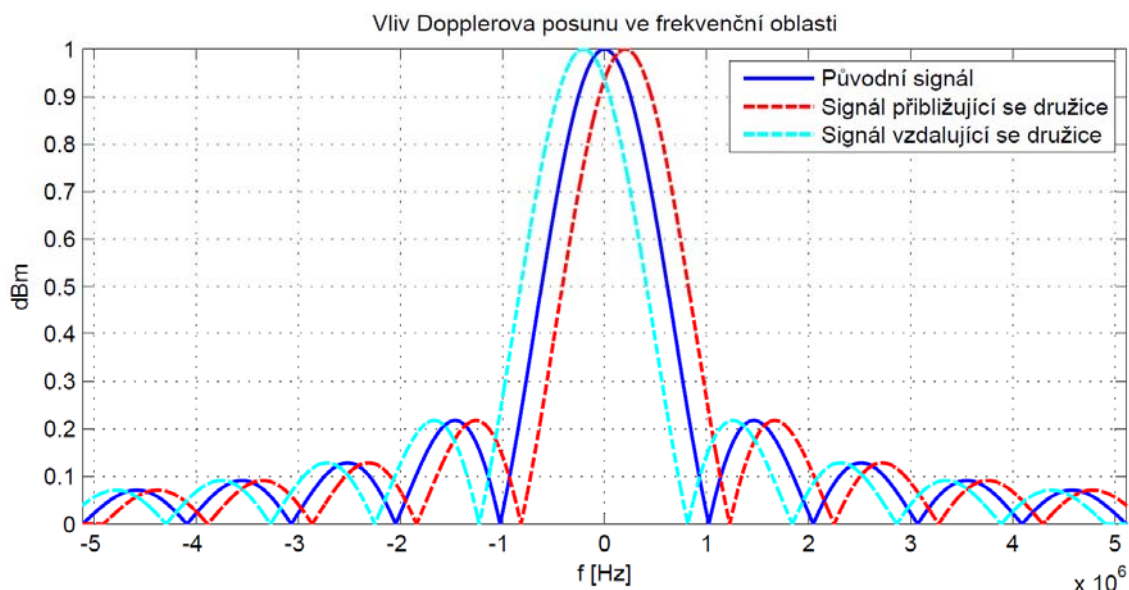
```
t = 0:(1/fvz)-(zm/fvz):(1/fvz)-(zm/fvz))*(delka-1);
ts1 = timeseries(CACode, t, 'Name', 'speed');
res_ts = resample(ts1, 0:1/fvz1:max(t));
CACode = res_ts.Data;
```

Proměnná *CACode* obsahuje nejdříve desetisekundový záznam C/A kódu o vzorkovacím kmitočtu 4,096 MHz, po převzorkování na kmitočet *fvz1* = 4 MHz nemá výsledný vektor délku $40 \cdot 10^6$ vzorků, ale je kratší o 9,1903 μ s / 250 ns, to je o 37 vzorků.

Celý 12,5 minutový signál je zkrácen o 2775 vzorků, to odpovídá při vzorkovacím kmitočtu 4 MHz rozdílu v délce signálu 0,6938 ms. Vlivem zaokrouhlování počtu vzorků na celá čísla došlo o zkrácení signálu o jiný čas, než byl vypočítán. Rozdíl ve vzdálenosti, který vznikne zaokrouhlováním, je: $(0,6893 - 0,6938) \cdot c = 1349 \text{ m}$. V případě že by byla použitá kratší posloupnost C/A kódu než 10 sekund, rostla by nepřesnost vzniklá zaokrouhlováním. Delší sekvence by dále snížila nepřesnost ve výsledku, ale pro převzorkování delšího signálu je potřeba RAM paměť větší než 8 GB. Délka sekvence 10 sekund byla zvolena jako kompromis mezi výpočetní náročností a přesností výpočtu.

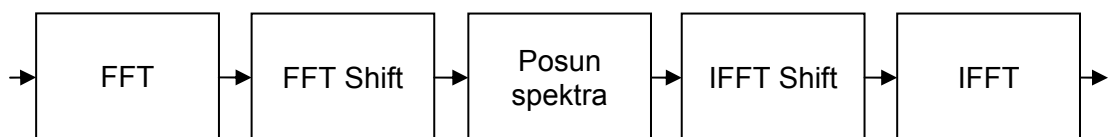
Tato operace vede ke „zkrácení“ nebo „prodloužení“ signálu, podle toho zda se družice přibližuje nebo vzdaluje. Ve spektru se projeví posunem minim z kmitočtu 1,023 MHz, tak jak je znázorněno na obrázku 28. Takto upravený C/A kód však stále nelze použít pro rozprostření dat.

Dopplerův posun dále způsobí posun spektra mimo frekvenci nosné 1575,42 MHz. Do této chvíle byl signál zpracováván v časové oblasti, nyní je však vhodnější přejít do oblasti frekvenční. Spektrum C/A kódu má tvar funkce *sinc* s minimy v násobcích 1,023 MHz. Předchozí operací došlo k posunu těchto minim. Nyní je třeba posunout celé spektrum podle znaménka u Dopplerova posunu. Pro výše uvedenou družici SVN32 byl vypočítán Dopplerův posun 8564 Hz. Jelikož je kladný, bude celé spektrum posunuto doprava, tak jak je znázorněno na obrázku 28.



Obr. 28: Vliv Dopplerova posunu na spektrum GPS signálu

Jak je patrné z obrázku 28 při posunu spektra, ať už ke kladným nebo záporným frekvencím, se spektrum stane nesymetrické vůči nulovému kmitočtu. Při zpětné transformaci tak vznikne komplexní signál. Postup a použité funkce jsou patrné z obrázku 29. Nejdříve je signál funkcí *fft* převeden do frekvenční oblasti. Následně funkcí *fftshift* dojde k prohození částí spektra tak, aby nulový kmitočet byl ve středu, nalevo od něj záporné kmitočty a napravo kladné. Poté je spektrum posunuto příslušným směrem a doplněno o nuly tak, aby se jeho délka nezměnila. Funkcí *ifftshift* je provedeno inverzní prohození spektra. Následuje zpětná Fourierova transformace pomocí funkce *ifft*.



Obr. 29: Blokové schéma funkce pro posun spektra

Takto vzniklý komplexní signál lze již použít pro rozptřeni datového signálu. Signály příslušných družic jsou po rozptřeni aritmeticky sčítány. Přitom jsou respektována vzájemná zpoždění mezi jednotlivými signály.

Vygenerovaný signál je ukládán do souboru *signal.dat* jako šestnácti-bitový integer. Nejdříve je však nutné oddělit reálnou a imaginární část. Ty jsou od sebe odděleny funkcemi *real* a *imag*. Na lichých pozicích jsou uloženy reálné části a na sudých imaginární. Pro zpětné načtení signálu lze použít příkaz:

```

fid = fopen('signal.dat','r');
signal = fread(fid,[2,inf],'int16');
fclose(fid);
  
```

Signál je načten do matice o dvou řádcích, tak že v prvním řádku jsou reálné vzorky a v druhém imaginární.

Spolu se signál je vytvořen soubor *CACode.mat*, kde jsou uloženy C/A posloupnosti použité pro rozprostření datových signálů. Tyto posloupnosti je možné použít pro otestování signálu při derozprostření. Pokud byl signál úspěšně vygenerován, měl by být v Comand Window vypsát tento log:

08:38:09 Stažena data pro 31 družic.

08:38:09 Vygenerována data pro navigační zprávy.

08:38:09 Viditelné družice:

SVN	azimut	elevace	vzdálenost
1	322.8°	85.8°	20202 km
11	40.9°	71.2°	20194 km
32	73.5°	53.1°	21052 km
28	312.8°	47.6°	21863 km
19	75.3°	42.2°	22039 km
20	266.8°	36.9°	22188 km
17	306.6°	24.7°	23461 km
14	57.7°	15.4°	24319 km
22	53.8°	7.2°	25117 km
27	312.1°	6.4°	25668 km

Vybrány družice s největším elevačním úhlem:

SVN	azimut	elevace	vzdálenost
1	322.8°	85.8°	20202 km
11	40.9°	71.2°	20194 km
32	73.5°	53.1°	21052 km
28	312.8°	47.6°	21863 km

08:38:10 Vytvořeny navigační zprávy.

08:38:16 Generované navigační zprávy uloženy.

08:38:17 Dopplerův posun:

SVN1	SVN11	SVN32	SVN28
-1625 Hz	-6544 Hz	8563 Hz	10858 Hz

08:38:20 Start generování.

08:42:45 Vygenerováno 10 s

08:46:10 Vygenerováno 20 s

⋮

13:11:10 Vygenerováno 750 s

13:15:13 Vytvořen soubor signal.dat

13:15:16 ***** Konec *****

4. Experimentální měření

Vlastnosti vygenerovaného signálu byly ověřeny jeho odvysíláním a následným příjmem. Pro odvysílání a k příjmu signálu byly použity dvě univerzální softwarová rádia, připojená k dvěma různým počítačům, a aktivní GPS anténa. Jelikož GPS systém je provozován v licencovaném pásmu 1575,42 MHz, byly veškeré pokusy prováděny v bezodrazové komoře. Po nahrání byly signály zpracovány a dekodovány v prostředí Matlab.

4.1. Ettus USRP

K realizaci zařízení bylo použito univerzální softwarové rádio USRP2 (*Universal Software Radio Peripheral*) od firmy Ettus Research LLC. Základem rádia je motherboard s FPGA (*Field Programmable Gate Array*) obvodem vhodným pro práci se signály. Základní parametry použitého USRP jsou shrnuty v tabulce 13.

Tab. 13: Základní parametry motherboardu USRP2 [14]

Parametr	Hodnota
Počet A/D převodníků	2
Počet bitů A/D převodníků	14
Maximální vzorkovací frekvence A/D převodníků	100 MS/s
Počet D/A převodníků	2
Počet bitů D/A převodníků	16
Maximální vzorkovací frekvence D/A převodníků	400 MS/s
Maximální šířka pásma přijímaného/vysílaného signálu	50 MHz



Obr. 30: USRP2 čelní panel

K základní desce lze dokoupit volitelnou dceřinou desku (daughterboard), která zajišťuje vysílání a příjem v daném kmitočtovém pásmu. Na práci v pásmu L1 je vhodné použít desku WBX 50-2200 MHz Rx/Tx, jejíž parametry jsou v tabulce 14. Pro správný chod USRP je nutné na SD kartu nahrát firmware k dané desce. K obslužnému PC je rádio připojeno přes Gigabit Ethernet a pro programování lze použít několik

přístupů, např. LabView nebo Matlab, který od verze 2010b obsahuje blogset pro práci s tímto hardwarem.

Tab. 14: Základní parametry daughterboard WBX 50-2200 MHz Rx/Tx [15]

Parametr	Hodnota
Frekvenční rozsah	50 MHz – 2,2 GHz
Typický vysílací výkon	100 mW
Volitelný zisk přijímače	0 – 30 dB

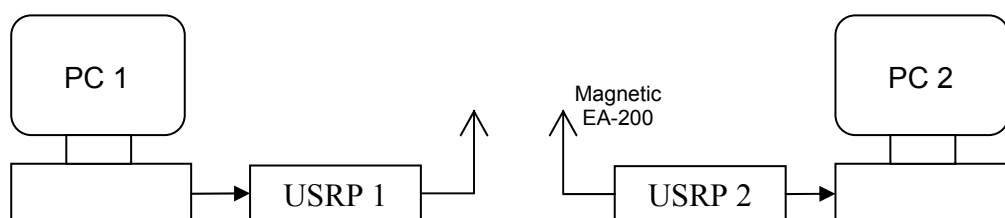
Pro příjem GPS signálu byla použita GPS anténa Magnetic EA-200 od firmy Sectron. Jelikož jde o aktivní anténu, bylo nutné vyvést na softwarovém rádiu napájecí napětí 3 V. Napájecí napětí je možné volit v rozsahu 2,5 až 5,5 V, pro 3 V je zisk antény 32 dB a proudový odběr 10 mA. Další parametry jsou uvedeny v tabulce 15.

Tab. 15: Parametry GPS antény Magnetic EA-200

Parametr	Hodnota
Frekvenční rozsah	1575,42 MHz
Šířka pásma	10 MHz
Zesílení	30 – 37 dB
Šumové číslo	1,4 dB
Napájecí napětí	2,5 – 5,5 V
Proudový odběr	8 – 23 mA

4.2. Zapojení pracoviště

Pro testování byla použita dvě softwarová rádia. Vysílání probíhalo přes USRP N200 s daughterboardem SBX 400-4400 MHz Rx/Tx a jednoduchou čtvrtvlnou anténu. Příjem probíhal na USRP2 s daughterboardem WBX 50-2200 MHz Rx/Tx a anténu Magnetic EA-200. Daughterboard na přijímací straně bylo nutné doplnit o anténní výhybku pro přivedení napájecího napětí 3 V. K obsluze rádií byly použity dva počítače s gigabitovou síťovou kartou. Blokové schéma zapojení pracoviště je zobrazeno na obrázku 31.



Obr. 31: Zapojení pracoviště

Pro správnou funkci USRP stačí nahrát vhodný firmware na paměťovou kartu, na počítači nastavit IP adresu síťové karty na 192.168.10.1 a masku podsítě na 255.255.255.0. Pro ověření lze ověřit odezvu v konzoli příkazem ping 192.168.10.2. Pro

ovládání rádia slouží software volně dostupný na http://files.ettus.com/binaries/uhd_stable/uhd_003.004.001-release/. Před spuštěním je třeba ještě doinstalovat knihovnu „Microsoft Visual C++ 2010 Redistributable Package”.

Pro odvysílání signálu ze souboru na disku slouží utilita *tx_samples_from_file*. Ta je po instalaci ovladačů uložena ve složce *UHD\share\uhd\examples*. Parametry, které je nutné nastavit pro vysílání, jsou vypsány v tabulce 16. Pro zobrazení nápovědy slouží příkaz *--help*. Příkaz pro odvysílání signálu generovaného v předchozí kapitole je:

```
tx_samples_from_file --file signal.dat --type short --rate 4000000 --
freq 1575420000 --gain 10
```

Tab. 16: Parametry pro příkaz *tx_samples_from_file*

Příkaz	Popis	Nastaveno
--help	Výpis nápovědy	-
--file	Název souboru s daty	signal.dat
--type	Typ dat (double, float, short)	short
--rate	Vzorkovací rychlost	4000000
--freq	Frekvence nosné	1575420000
--gain	Zesílení výstupního signálu	10
--bw	Šířka pásma	-

Ve stejné složce jako utilita pro vysílání je uložena i utilita pro nahrání a uložení signálu na disk. Její název je *rx_samples_to_file* a parametry pro nastavení příjmu jsou podobné jako u přehrávání souboru (viz tabulka 17). Příkaz pro nahrání signálu vypadá takto:

```
rx_samples_to_file --file samples.dat --type short --rate 4000000 --
freq 1575420000 --gain 30
```

Jedním z parametrů je *--nsamps*, který udává počet nahraných vzorků. Pokud není zapsán, ukládání bude probíhat, dokud nebude stisknuta klávesová zkratka Ctrl+C.

Tab. 17: Parametry pro příkaz *rx_samples_to_file*

Příkaz	Popis	Nastaveno
--help	Výpis nápovědy	-
--file	Název souboru s daty	signal.dat
--type	Typ dat (double, float, short)	short
--nsamps	Počet nahraných vzorků	-
--rate	Vzorkovací rychlost	4000000
--freq	Frekvence nosné	1575420000
--gain	Zesílení signálu	30
--bw	Šířka pásma	-

4.3. Zpracování signálu

Po nahrání signálů probíhá veškeré zpracování v programu Matlab. Je proveden především rozbor signálů ve frekvenční oblasti a ukázka konvoluce odvysílaného signálu s různými Goldovými posloupnostmi. V neposlední řadě by mělo být možné dekodovat data navigačních zpráv. Pro načtení signálu do Matlabu lze použít příkazy:

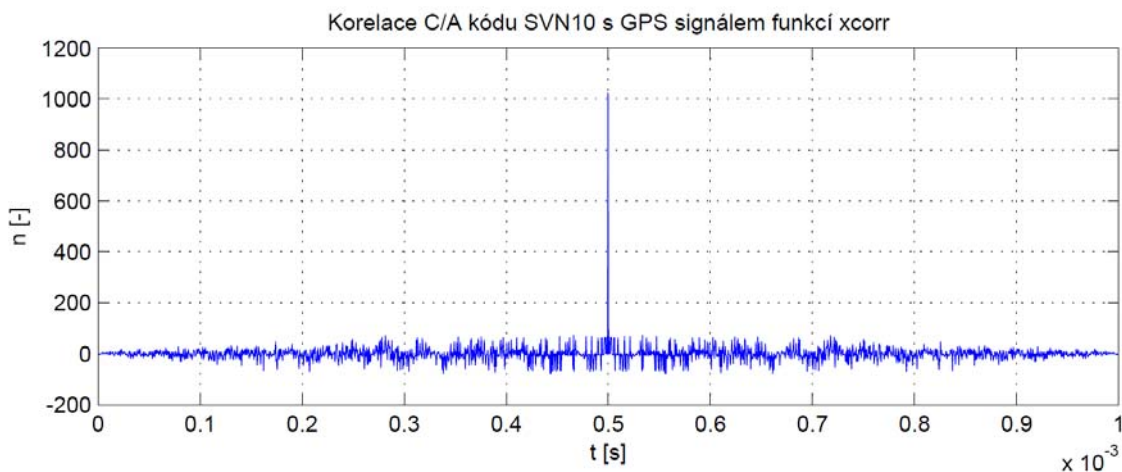
```
fid = fopen('signal.dat','r');  
signal = fread(fid,[2,inf],'int16');  
fclose(fid);
```

Takto bude signál načten do matice o dvou řádcích, kdy každý řádek odpovídá jednomu kanálu. Před dalším zpracováním je nutné vytvořit opět komplexní signál příkazem:

```
signal = signal(1,:) + j.*signal(2,:);
```

Pro výpočet spektra je použita funkce *fft* spolu s funkcí pro prohození levé a pravé části spektra *fftshift*. Pro výpočet spektra v další části práce byl vždy použit signál o délce 10 ms, který má $4 \cdot 10^5$ vzorků.

Konvoluci signálu s C/A kódy je možné realizovat dvěma způsoby. Prvním je konvoluce v časové oblasti, kdy jsou oba signály přes sebe postupně posouvány a počítá se součet součinů jednotlivých vzorků. Matlab obsahuje funkci pro korelaci, ta však není vhodná. Při použití této funkce jsou hodnoty korelace na počátku a konci vektoru snižovány (viz obrázek 32).

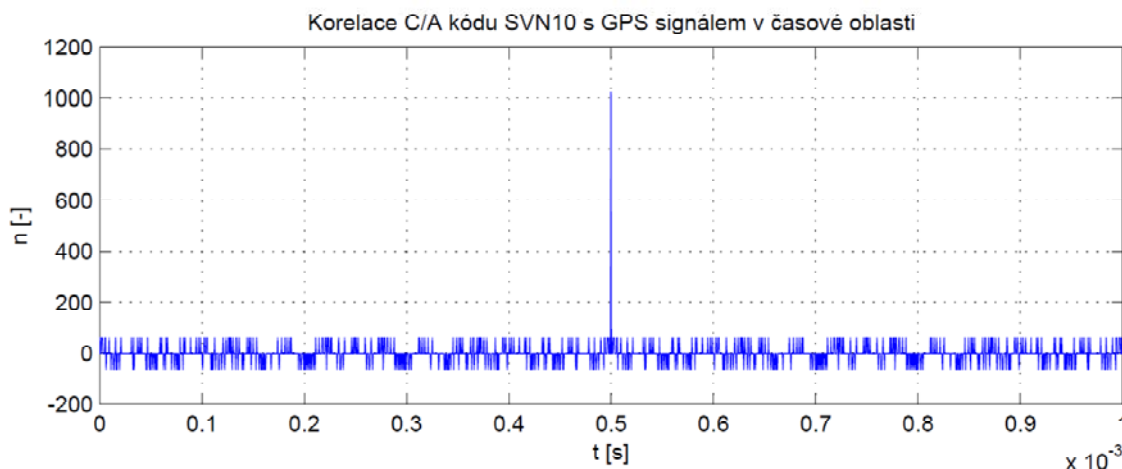


Obr. 32: Korelační funkce získaná příkazem *xcorr*

Lepšího výsledku se dá dosáhnout pomocí dvou cyklů. Prvním cyklem se posouvají signály přes sebe a druhým se provádí součet společných hodnot. Realizace vypadá takto:

```
for j=1:length(CACode)  
    for i=1:length(CACode)  
        con(j)=con(j) + (CACode(i)*data(i+j));  
    end  
end
```

Kde proměnná *CACode* obsahuje Goldovu posloupnost a proměnná *data* GPS signál. GPS signál musí být minimálně dvakrát delší než C/A kód. Při použití tohoto programu je odstraněn problém s nízkou amplitudou signálu v krajích (viz obrázek 33).

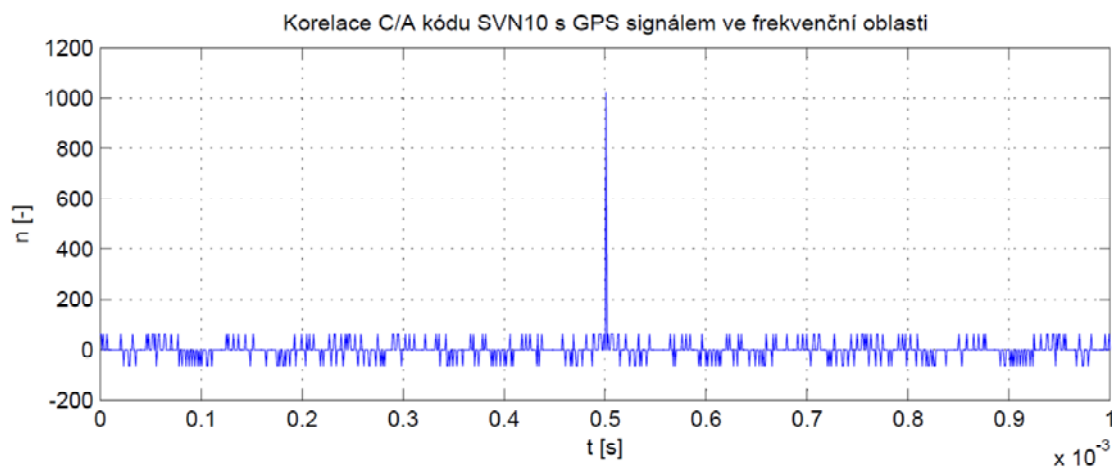


Obr. 33: Korelace v časové oblasti

Další možností je provést korelaci ve frekvenční oblasti. Oba signály se nejdříve převedou do frekvenční oblasti příkazem *fft*. Následně je jedno ze spekter konjugováno a obě spektra jsou pronásobena prvek po prvku. Následně se převede vzniklý signál zpět do časové oblasti funkcí *ifft*. Zdrojový kód vypadá takto:

```
sp1 = fft(data);
sp2 = conj(fft(CACode));
con = sp1.*sp2;           % nasobeni spekter prvek po prvku
con = ifft(con);          % prevod zpet do casove oblasti
```

Výsledná korelační funkce (viz obrázek 34) je stejná jako v případě použití korelace v časové oblasti. Výrazný rozdíl je však v rychlosti výpočtu. Pro signál dlouhý 10230 vzorků trvá korelace v časové oblasti 3,167 s. Pokud je stejný signál korelován ve spektru, výsledný čas je 0,017 s. Výhodnější je používat korelaci ve spektru, jelikož je o dva řády rychlejší.



Obr. 34: Korelace ve frekvenční oblasti

4.3.1. Signál před odvysíláním

Nejdříve se zaměříme na zpracování vygenerovaného signálu před odvysíláním. Pokud signál není ovlivněn Dopplerovým posunem simulujícím pohyb družic, jsou v něm dobře patrné úrovně vzniklé sečtením signálů ze čtyř družic. Signál o délce 1 ms a vzorkovacím kmitočtu 4 MHz je zobrazen na obrázku 35. Bez Dopplerova posunu má signál jen reálné vzorky. Při konvoluci s příslušnými C/A kódy lze z korelačních maxim určit vzájemná zpoždění mezi signály jednotlivých družic. Na obrázku 36 jsou zobrazeny výsledky konvoluce pro čtyři C/A kódy odpovídající družicím, z kterých byl vytvořen signál na obrázku 35. Délka použitého signálu je 5 ms, je v něm obsaženo celkem 5 kopií C/A kódu. Lze z něj určit zpoždění a pseudovzálenosti:

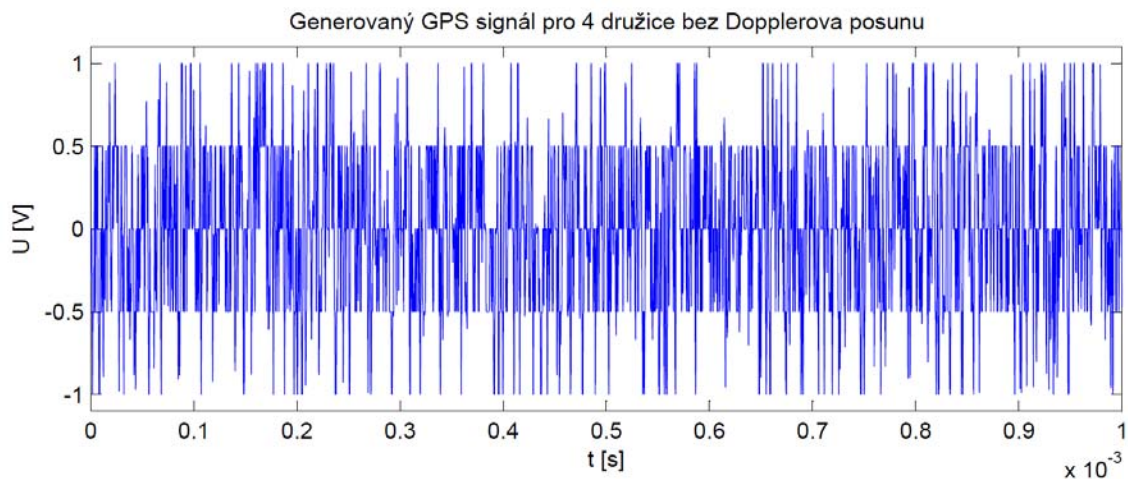
$$D_1 = c \cdot \tau_1 = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot 0,12 \cdot 10^{-3} = 35,98 \text{ km}$$

$$D_2 = c \cdot \tau_2 = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot 0,38 \cdot 10^{-3} = 113,92 \text{ km}$$

$$D_3 = c \cdot \tau_3 = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot 0,72 \cdot 10^{-3} = 218,85 \text{ km}$$

$$D_4 = c \cdot \tau_4 = 2,99792458 \cdot 10^8 \cdot 0,88 \cdot 10^{-3} = 263,82 \text{ km}$$

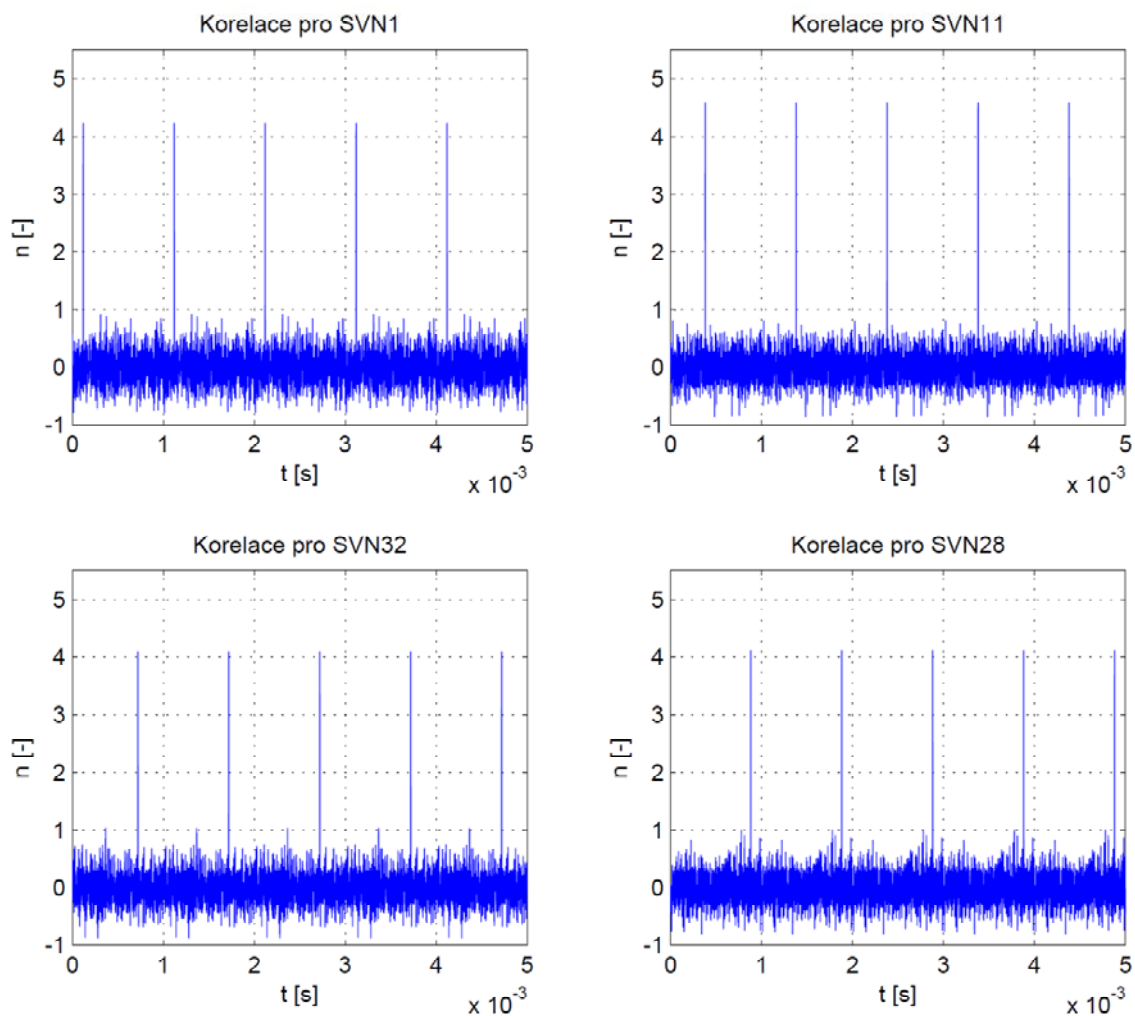
5.1



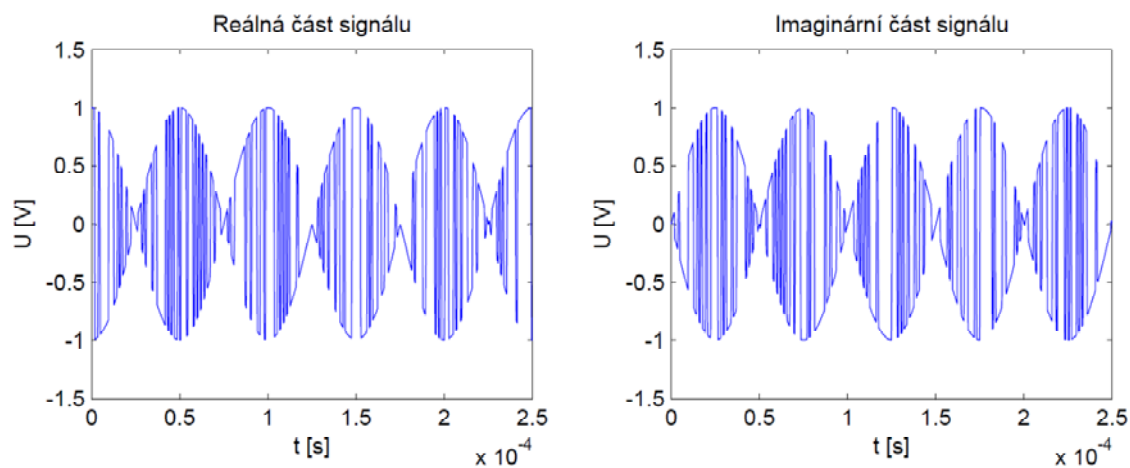
Obr. 35: GPS signál 4 družic bez Dopplerova posunu

Zpoždění mezi signály je u toho signálu konstantní. U reálného systému však dochází ke změně zpoždění vlivem pohybu družic. Proto je do signálu přidán Dopplerův posun, jak bylo popsáno v předchozí kapitole. Tím se ze signálu, který má jen reálnou složku, stane signál komplexní. Dalším projevem Dopplerova posunu je, že reálná i imaginární část signálu se jeví jako by byla násobena harmonickým signálem o nízkém kmitočtu.

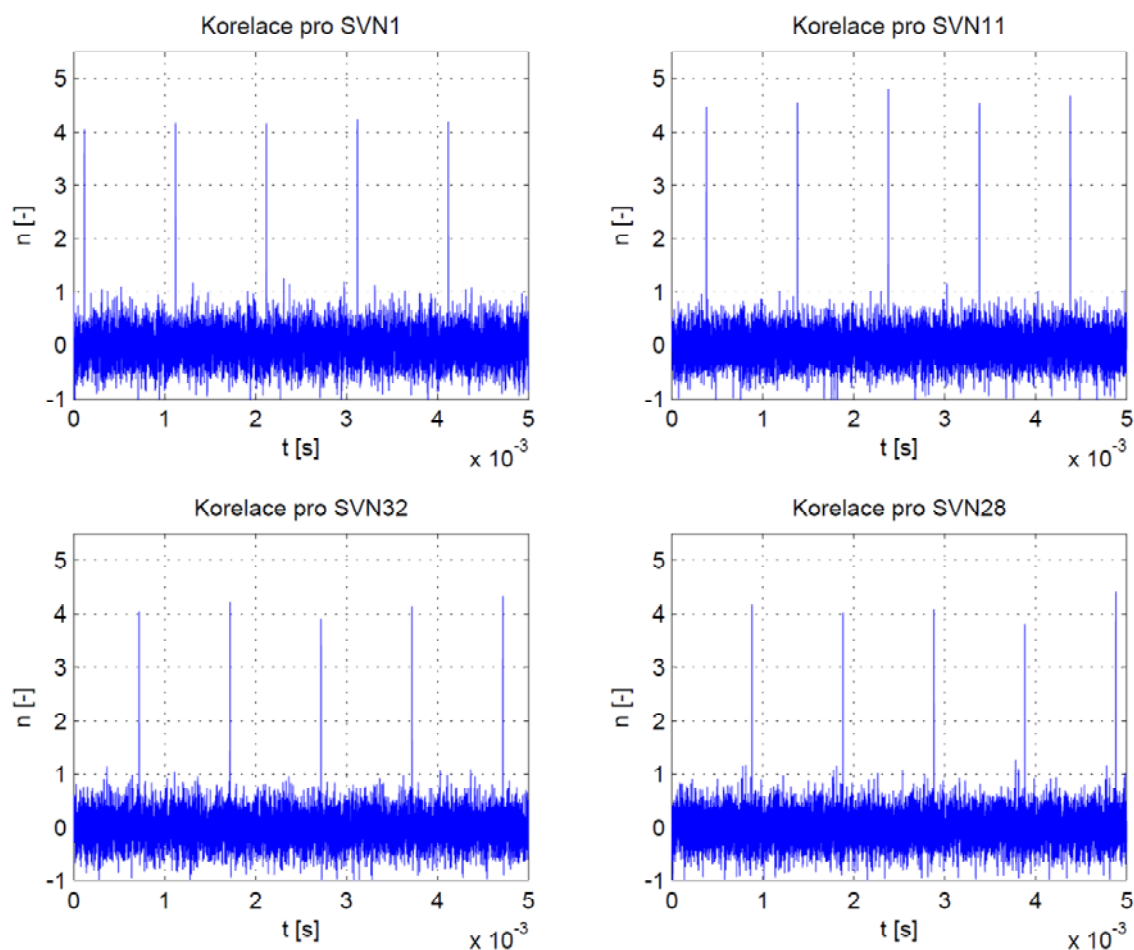
Signál s Dopplerovým posunem byl korelován s C/A kódy, které byly použity pro rozproštění. I tyto C/A kódy obsahují Dopplerův posun. U obou signálů stačí použít pro korelaci jen reálné části. V takto upraveném signálu jsou stále dobře patrná maxima, jak je vidět na obrázku 38. Došlo jen k mírnému poklesu maxim, způsobeného kolísáním amplitudy signálu, ale přesto jsou maxima stále velmi dobře zřetelná. Dopplerovým posunem nebylo výrazně poškozeno ani spektrum znázorněné na obrázku 39.



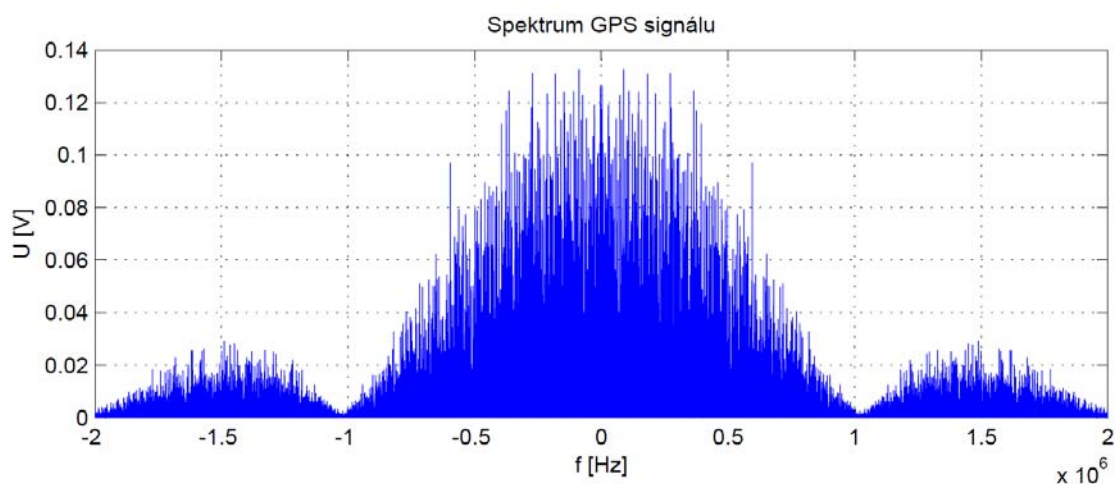
Obr. 36: Korelační funkce signálu bez Dopplerova posunu



Obr. 37: Signál jedné družice s Dopplerovým posunem



Obr. 38: Korelační funkce signálu s Dopplerovým posunem

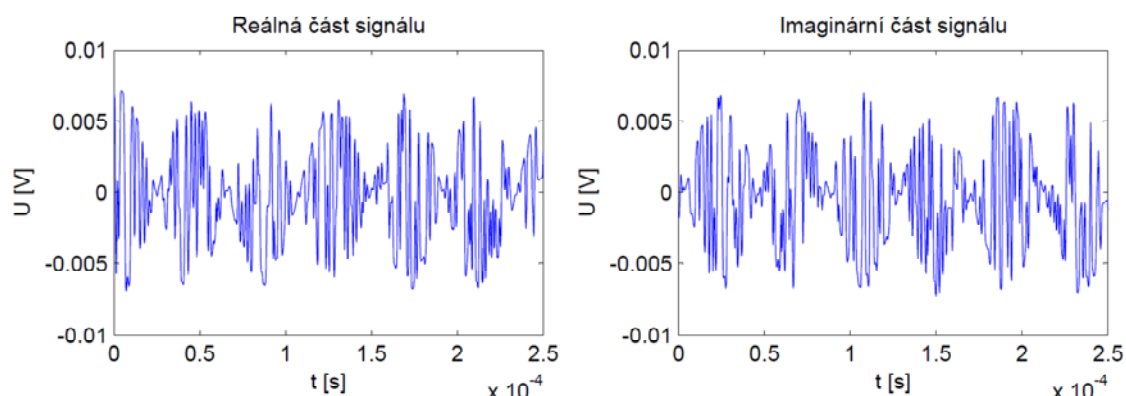


Obr. 39: Spektrum GPS signálu před odvysíláním

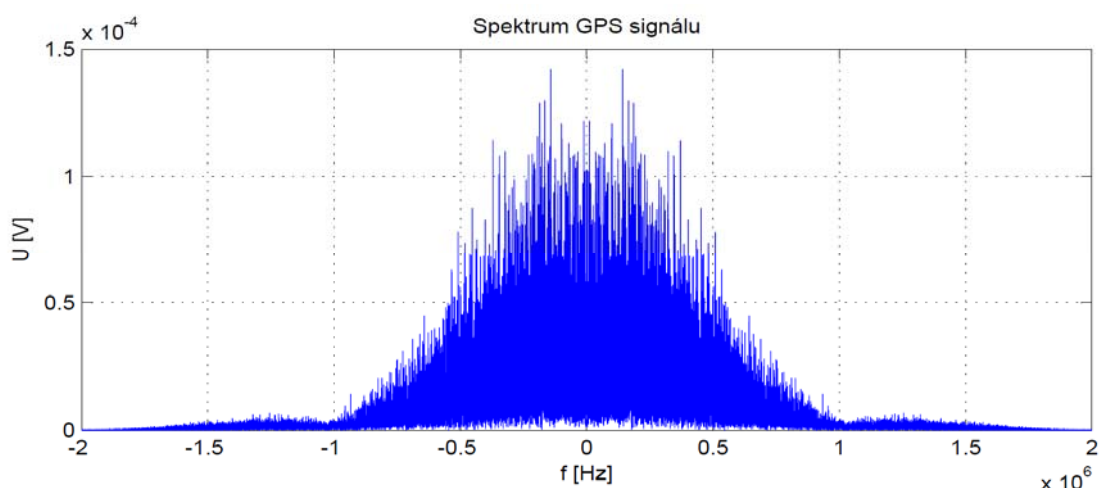
4.3.2. Signál odvysíláný pomocí USRP

Postupem popsáním v kapitole 4.2 bylo nahráno několik krátkých sekvencí signálu. Signály jsou uloženy v souboru s příponou *.dat* jako šestnáctibitový integer. Na

obrázku 40 je zobrazena reálná i imaginární část signálu. I po odvysílání se signál výrazně neliší od signálu vygenerovaného. I ve spektru je velmi dobře vidět funkce *sinc* s minimy na kmitočtu 1,023 MHz (viz obrázek 41).



Obr. 40: Signál odvysílaný a přijatý softwarovým rádiem

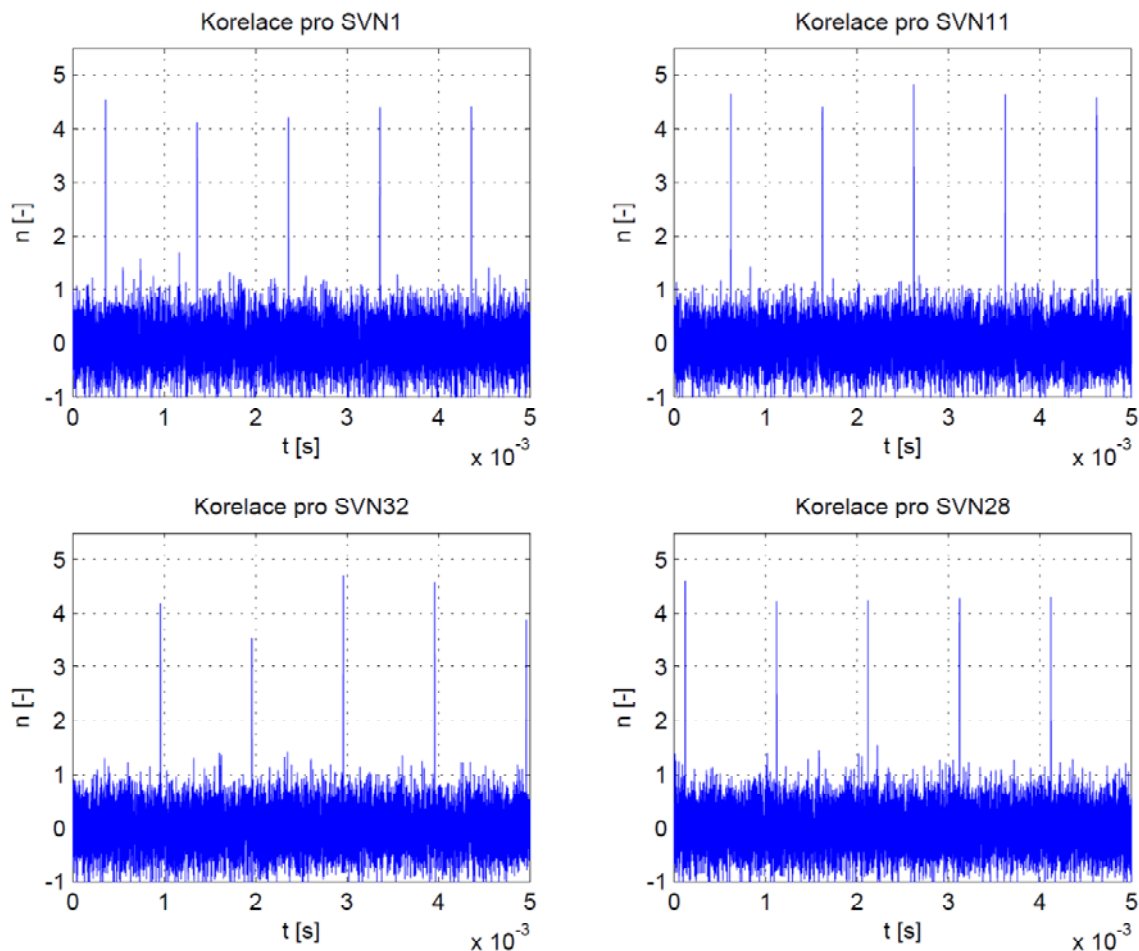


Obr. 41: Spektrum signálu odvysílaného a přijatého softwarovým rádiem

Po korelaci s C/A kódy, které byly uloženy po vygenerování signálu, je možné opět odečíst zpoždění signálů jednotlivých družic. Vzájemná zpoždění se samozřejmě neustále mění, ale část signálu, která byla použita pro analýzu, je přibližně stejná jako v předchozí kapitole 4.3.1. Časová zpoždění, uvedená v tabulce 18, udávají zpoždění signálu družic SVN11, SVN28 a SVN32 od družice SVN1 před a po odvysílání. Jak je patrné, zpoždění jsou stejná. Na obrázku 42 jsou zobrazena korelační maxima těchto družic.

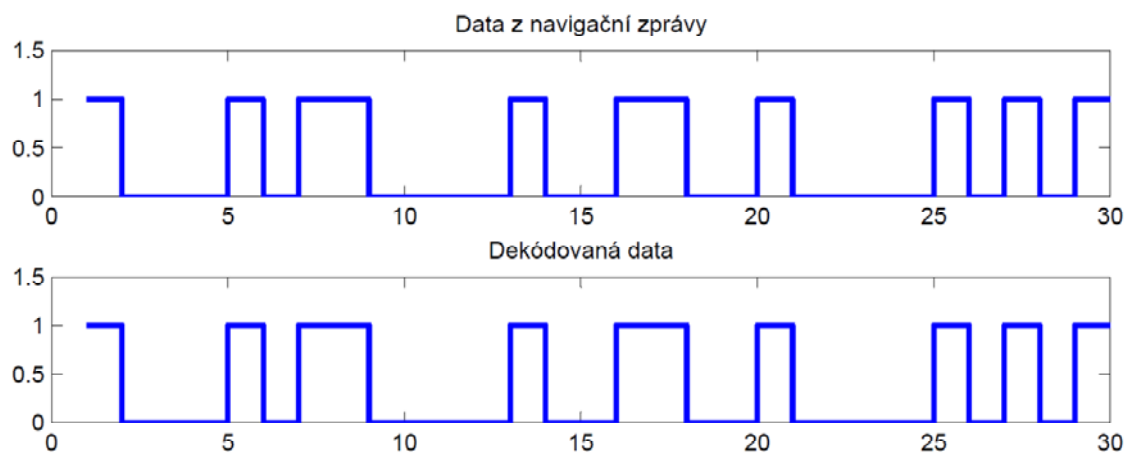
Tab. 18: Zpoždění signálů před odvysíláním a po přijetí

SVN	Před odvysíláním		Po odvysílání	
	Pozice maxima	Zpoždění proti signálu SVN1	Pozice maxima	Zpoždění proti signálu SVN1
1	0,12 ms	-	0,36 ms	-
11	0,38 ms	0,26 ms	0,62 ms	0,26 ms
28	0,72 ms	0,50 ms	0,96 ms	0,50 ms
32	0,88 ms	0,76 ms	0,12 ms	0,76 ms



Obr. 42: Korelační maxima signálu přijatého softwarovým rádiem

Po přijetí signálu bylo provedeno dekódování části dat. Byl zachycen počátek vysílání a dekódováno prvních 600 ms signálu. Tato délka odpovídá prvnímu slovu podrámce 1, tedy slovu TLM. Dekódovaná data jsou zobrazena na obrázku 43. Prvních osm bitů je 10001011, tedy preamble. Z obrázku je vidět že i další bity jsou stejné, tudíž dekódování proběhlo úspěšně.



Obr. 43: Dekódovaná data

ZÁVĚR

V práci je popsán princip satelitních navigačních systémů, především metod používaných v systému GPS. Jsou rozebrány principy dálkoměrné metody, proveden rozbor navigačních zpráv a signálů podle signálové specifikace GPS.

V následující části je proveden rozbor reálných navigačních zpráv a signálů. Pro uložení navigačních zpráv byl použit GPS přijímač Leadtek LR 9450, který podporuje SiRF protokol umožňující uložení 50bps zpráv z družic. Pomocí signálové specifikace bylo provedeno kompletní dekódování navigačních zpráv a získání parametrů drah družic. Pro dekódování dat byl vytvořen skript a podle tohoto skriptu byl následně navržen kódér pro generování navigačních zpráv. Data pro navigační zprávy jsou získávána ze serveru celestrak.com. Vytvořené navigační zprávy byly následně dekódovány pomocí stejného skriptu jako data získaná GPS přijímačem a tím byla ověřena jeho funkčnost. Součástí rozboru je i popis základních fyzikálních principů pohybu vesmírných těles, popsány jsou především Keplerovy zákony a predikce polohy družic.

Po teoretickém rozboru byla další práce zaměřena na vytvoření emulátoru navigačního signálu systému GPS. Generování veškerých dat probíhá v programovém prostředí Matlab. Vlastní program se skládá z několika funkcí: funkce na generování parametrů oběžných drah družic, jejich kódování a tvorba navigačních zpráv, generátor Goldových posloupností, realizace zpoždění signálů jednotlivých družic, zavedení Dopplerova posunu a součet signálů družic. Takto vzniklý signál by měl být totožný se signály vysílanými družicemi.

Při realizaci emulátoru nastal největší problémem s velkou výpočetní náročností, jelikož bitová rychlost každého signálu družice je 1,023 Mbit/s. GPS signál je vzorkován čtyřnásobkem tohoto kmitočtu tedy 4,092 MS/s, ale softwarové rádio zvládá jen kmitočty vzniklé celočíselným dělením 100 MHz. Signál je tedy převzorkován na 4 MS/s. Program je doplněn o funkci na výběr jen čtyř družic nutných pro výpočet polohy, aby byla zajištěna co nejmenší výpočetní náročnost. Přesto není možné na běžném počítači generovat data v reálném čase a výpočet kompletní navigační zprávy trvá téměř 5 hodin. Vygenerovaná data mají při vzorkovací rychlosti 4 MS/s velikost 13 GB a pro spuštění generátoru je nutný počítač s minimálně 8 GB RAM paměti a připojením k internetu.

Takto vygenerovaný signál byl následně odvysílán pomocí softwarově definovaného rádia. Pro příjem signálu bylo použito druhé softwarové rádio s GPS anténou Magnetic EA-200. Takto získané signály byly otevřeny v Matlabu a korelovány s C/A kódy, aby byla zjištěna zpoždění mezi signály jednotlivých družic. Měřením byla ověřena možnost správné detekce zpoždění signálů a výpočtů pseudovzdáleností. Následně byl signál derozprostřen příslušným C/A kódem a byla úspěšně dekódována data navigačních zpráv.

LITERATURA

- [1] Kaplan, E. D., Hegarty, CH. *Understanding GPS: Principles and Applications*, 2/E. Norwood: Artech House, 2005. ISBN 1-58053-894-0
- [2] Diggelen, F., *A-GPS: Assisted GPS, GNSS, and SBAS*. Norwood: Artech House, 2009. ISBN-13: 978-1-59693-374-3
- [3] Rrapant, P. *Družicové polohové systémy* [online]. VŠB-TU Ostrava, 2002. 200 str. ISBN 80-248-0124-8. Dostupné z URL: <http://gis.vsb.cz/dokumenty/dns-gps/at_download/file>
- [4] Tom Creel, Arthur J. Dorsey, Philip J. Mendicki, Jon Little, Richard G. Mach, Brent A. Renfro. *New, Improved GPS* [online]. [cit. 2011-3-26]. Dostupné z URL: < http://www.gpsworld.com/gnss-system/gps-modernization/new-improved-gps-4014?page_id=2 >
- [5] Kasal, M. *Směrové a družicové spoje*. Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2003.
- [6] *GPS III / GPS Block III* [online]. [cit. 2011-3-27]. Dostupné z URL: < http://www.globalsecurity.org/space/systems/gps_3.htm >
- [7] *NAVSTAR Global Positioning System* [online]. [cit. 2011-3-27]. Dostupné z URL: < http://www.au.af.mil/au/awc/awcgate/smc-fs/gps_fs.htm >
- [8] *Měření vlastností GPS*. Laboratorní úloha. Praha: ČVUT, 2010. Dostupné z URL: < <http://www.comtel.cz/files/download.php?id=4046> >
- [9] Šebesta, J. *Radiolokace a radionavigace*. Elektronické skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2004.
- [10] *Global positioning system standard positioning service signal specification* [online]. 1995. Dostupné z URL: < <http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/sigspec/gpspsps1.pdf> >
- [11] Šebesta, J. *GPS Navstar*. Prezentace k předmětu Radiolokační a radionavigační systémy. Brno 2010.
- [12] *Keplerovy zákony* [online]. [cit. 2011-12-3]. Dostupné z URL: < http://cs.wikipedia.org/wiki/Keplerovy_z%C3%A1kony >
- [13] Carlos Andrés Carvajal Tascón. *Leyes de Kepler*. Astrónomo Autodidacta, 2001. Dostupné z URL: <http://almaak.tripod.com/temas/leyes_kepler.htm>
- [14] Ettus Research. USRP N200 Series, [cit. 2011-12-23] Dostupné z www < http://www.ettus.com/downloads/ettus_ds_usrp_n200series_v3.pdf >
- [15] Ettus Research. Transceiver Daughterboards, [cit. 2011-12-23] Dostupné z www < <https://www.ettus.com/product/details/WBX> >
- [16] NORAD. Two-Line Element Set Format, [cit. 2011-12-26] Dostupné z www < <http://www.celestrak.com/NORAD/documentation/tle-fmt.asp> >

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

<i>BPSK</i>	Binary-Phase Shift Keying – binární fázové klíčování
<i>C/A</i>	Coarse Acquisition – hrubý kód
<i>CDMA</i>	Code Division Multiple Access – kódový multiplex
<i>FFT</i>	Fast Fourier transform
<i>FPGA</i>	Field-programmable gate array
<i>GLONASS</i>	Globalnaja navigacionnaja sputnikovaja sistema
<i>GNSS</i>	Global Navigation Satellite System – globální navigační satelitní systém
<i>GPS</i>	Global Positioning System – globální poziční systém
<i>HOW</i>	Handover Word
<i>IODC</i>	Issue of Data, Clock
<i>IODE</i>	Issue of Data, Ephemeris
<i>IODE</i>	Kontrolní data
<i>LNA</i>	Low-noise amplifier – nízkošumový zesilovač
<i>MCS</i>	Master Control Station – hlavní řídicí stanice
<i>NGA</i>	National Geospatial-Intelligence Agency
<i>P-kód</i>	Precision – přesný kód
<i>PRN</i>	Pseudo Random Noise – pseudonáhodné číslo
<i>SVN</i>	Space Vehicle Number
<i>TLE</i>	Two-Line Element
<i>TLM</i>	Telemetry Word
<i>TOW</i>	Time of week – čas v týdnu
<i>URA</i>	User Range Accuracy
<i>USRP</i>	Universal Software Radio Peripheral
<i>UTC</i>	Coordinated Universal Time
<i>VOR</i>	Very High Frequency Omnidirectional Range
$(A)^{1/2}$	Odmocnina z hlavní poloosy elipsy
a	hlavní poloosa elipsy
A_0	Korekční konstanta
A_1	Korekční konstanta
a_{f0}	Parametr pro korekci atomových hodin
a_{f1}	Parametr pro korekci atomových hodin
a_{f2}	Parametr pro korekci atomových hodin
b	Vedlejší poloosa elipsy
C_{ic}	Amplituda cosinové složky pro korekce úhlu sklonu
C_{is}	Amplituda sinové složky pro korekce úhlu sklonu
C_{rc}	Amplituda cosinové složky pro korekce rádiusu oběžné dráhy
C_{rs}	Amplituda sinusové složky pro korekce rádiusu oběžné dráhy
C_{uc}	Amplituda cosinové složky pro korekce argumentu šířky
C_{us}	Amplituda sinusové složky pro korekce argumentu šířky
<i>DN</i>	Den v týdnu

E	Excentricita
F	Pravá anomálie
G	Gravitační konstanta
H	Výška nad referenčním geoidem
h_a	Výška apogea
h_p	Výška perigea
i_0	Inklinace
J_2	Druhý zonální koeficient
L	Zploštění
M	Hmotnost Země
M_0	Střední anomálie
MM	Střední pohyb
P	Oskulační perioda
r	Délka průvodiče
R_0	Střední poloměr Země
T_{GD}	Skupinové zpoždění
t_{OC}	GPS čas
t_{oe}	Referenční čas efemeridy
t_{ot}	Referenční UTC čas
WN_{LSF}	Spodních 8 bitů GPS čísla týdne
WN_t	Číslo UTC týdne
Δn	Změna středního pohybu
Δt_{LS}	Aktuální nebo předchozí počet sekund posunu UTC
Δt_{LSF}	Aktuální nebo budoucí počet sekund posunu UTC
Λ	Zeměpisná geodetická délka
M	Gravitační parametr
P	Příčný poloměr křivosti elipsoidu
Φ	Zeměpisná geodetická šířka
φ_k	Argument šířky
Ω	Argument perigea
\mathcal{Q}	Precese přímky apsid
Ω_0	Délka vzestupného uzlu